

Zur Thermodynamik der Sauerstoff-Stickstoff-Gemische

Von **V. Fischer**

(Mit 3 Abbildungen)

Aufstellung der Gleichgewichtsbedingungen für das Flüssigkeits- und Dampf-gemisch. Vergleich der Berechnung der Gleichgewichtskonzentrationen mittels der Fugazitäten von G. N. Lewis und der vom Verfasser entwickelten Größen. Diagramm für die Werte von p'_{s0} und p'_{sn} . Bestimmung der Mischungscharakteristiken π_0 und π_n unter Benutzung der Versuchswerte für die Gleichgewichts-isothermen von B. F. Dodge und A. K. Dunbar. Diagramm für die Werte von r_0 und r_n . Berechnung der Gleichgewichtskonzentrationen der Sauerstoff-Stickstoff-gemische unter Benutzung beider Diagramme. Tabelle der Werte für die Gleichgewichtsisothermen von -190°C bis -148°C . t, z -Diagramm der Gleichgewichtsisobaren von 1–20 Atm. Ableitung der Zustandsgrößen der Gemische, wenn eine derselben gegeben ist, mittels allgemeiner thermodynamischer Beziehungen.

Die Zustandsgrößen der Gemische

Wir bezeichnen die Zustandsgrößen je Masseneinheit der reinen Stoffe mit lateinischen und die Zustandsgrößen je Masseneinheit der Bestandteile im Gemisch mit deutschen Buchstaben. Für die thermodynamischen Potentiale ist die ursprüngliche Bezeichnung μ von Gibbs beibehalten, für jene der reinen Stoffe wird q gesetzt. Den Zeiger o verwenden wir für den flüssigen und den Zeiger ω für den gasförmigen Sauerstoff. Entsprechend wählen wir für den Stickstoff die Zeiger n und r .

Es gilt nun¹⁾:

- (1) $\mu_0 = q_0 + g_0,$
- (2) $g_0 = q_0 - T e_0,$
- (3) $e_0 = d_0 - A R_0 \ln z_0.$

Dabei bedeuten q_0 die Mischungswärme, z_0 die Molkonzentration, R_0 die Gaskonstante des Sauerstoffes und A das mechanische Wärmeäquivalent. $-AR_0 \ln z_0$ ist die als Gibbssches Paradoxon bekannte Entropievermehrung, die auch bei idealen Gemischen auftritt. d_0 bezeichnen wir als die Mischungsentropie des Sauerstoffes.

Schreiben wir

- (4) $h_0 = q_0 - T d_0,$

1) Vgl. V. Fischer, Ztschr. f. Phys. 46. S. 141. 1928; Ztschr. f. d. ges. Kälteind. 43. S. 11. 1936.

so folgt aus Gl. (2) und (3)

$$(5) \quad g_0 = h_0 + A R_0 T \ln z_0.$$

Der logarithmische Ausdruck in Gl. (5) rührt vom Gibbsschen Paradoxon her. h_0 bezeichnen wir als das thermodynamische Mischungspotential des Sauerstoffes.

Dasselbe gilt für die Zustandsgrößen des Stickstoffes.

Für das Gleichgewicht zwischen Flüssigkeits- und Dampfgemisch gilt allgemein¹⁾:

$$(6) \quad i_\omega - i_0 = T (\bar{s}_\omega - \bar{s}_0),$$

$$(7) \quad i_v - i_n = T (\bar{s}_v - \bar{s}_n).$$

Dabei bedeuten i die Wärmeinhalte und \bar{s} die Entropien.

Für das Gebiet unterhalb des kritischen Punktes des Stickstoffes ergibt sich aus Gl. (6) und (7), wenn wir die Mischungswärme und Mischungsentropie des Dampfes als gering vernachlässigen, unter Beachtung von Gl. (4)

$$(8) \quad \frac{1}{A R_0 T} [i_0 - i_\omega - T (s_0 - s_\omega) + h_0] + \ln z_0 - \ln z_\omega = 0,$$

$$(9) \quad \frac{1}{A R_n T} [i_n - i_v - T (s_n - s_v) + h_n] + \ln z_n - \ln z_v = 0.$$

Wir setzen

$$(10) \quad \frac{1}{A R_0 T} [i_0 - i_\omega - T (s_0 - s_\omega)] = \ln p''_{s0},$$

$$(11) \quad \frac{h_0}{A R_0 T} = \pi_0.$$

ferner setzen wir²⁾

$$(12) \quad p p''_{s0} = p'_{s0},$$

$$(13) \quad \ln p'_{s0} + \pi_0 = \ln p_0.$$

Entsprechendes gilt für den Stickstoff.

Damit erhalten wir aus Gl. (8) und (9)

$$(14) \quad p_0 z_0 = p z_\omega,$$

$$(15) \quad p_n z_n = p z_v$$

und

$$(16) \quad p_0 z_0 + p_n z_n = p.$$

Zur Bestimmung von p''_{s0} wurden an anderer Stelle Ausdrücke abgeleitet, die zwar außer Temperatur und Druck nur eine Zustands-

1) Vgl. V. Fischer, Ann. d. Phys. [5] 29. S. 521, 526. 1937; Ztschr. f. d. ges. Kälteind. 43. S. 12. 1936.

2) V. Fischer, Forschg. Ing.-Wes. 6. S. 59 u. 60. 1935.

größe, jedoch diese als Mittelwert, enthalten¹⁾. Einfacher ist daher Gl. (10) zur Bestimmung von p'_{s0} , da nach ihr i und s unmittelbar aus einem i, s -Diagramm abgelesen werden können.

Für das Gleichgewicht zwischen reinem flüssigen Sauerstoff und seinem Dampf wird $z_0 = z_\omega = 1$ und

$$(17) \quad i_\omega - i_0 = T(s_\omega - s_0).$$

Aus Gl. (10) folgt damit $p'_{s0} = 1$ und aus Gl. (12) $p = p'_{s0} = p_{s0}$, wobei p_{s0} den Sättigungsdruck des reinen Sauerstoffes bedeutet.

π_0 nennen wir die Mischungscharakteristik des Sauerstoffes. Zu ihrer Ermittlung werden wir die durch die Versuche von B. F. Dodge und A. K. Dunbar gegebenen Gleichgewichtsisothermen der Sauerstoff-Stickstoff-Gemische benutzen²⁾. p_0 können wir als den Sättigungsdruck des Sauerstoffes im Gemisch bezeichnen.

Die Fugazität (Flüchtigkeit)

Von G. N. Lewis wurde der Begriff der Fugazität in die Thermodynamik eingeführt³⁾. Um sie zu verwenden, gehen wir aus von den für das Gleichgewicht zwischen einem Flüssigkeits- und Dampf-gemisch allgemein geltenden mit Gl. (6) und (7) identischen Gibbs-schen Gleichungen⁴⁾

$$(18) \quad \mu_0 = \mu_\omega,$$

$$(19) \quad \mu_n = \mu_v.$$

Aus Gl. (18) und (19) ergibt sich für die Gleichgewichtsisothermen¹⁾

$$(20) \quad A \int_{p_{s0}}^p (v_0 - v_\omega) dp = g_\omega - g_0,$$

$$(21) \quad A \int_{p_{sn}}^p (v_n - v_v) dp = g_v - g_n.$$

Vernachlässigen wir den spezifischen Rauminhalt v_0 des flüssigen Sauerstoffes als klein gegenüber demjenigen v_ω seines Dampfes und führen wir eine Größe α_ω durch die folgende Gleichung ein:

$$(22) \quad v_\omega = \frac{R_0 T}{p} - \alpha_\omega,$$

1) V. Fischer, *Forschg. Ing.-Wes.* **6**, S. 59 u. 60. 1935.

2) B. F. Dodge u. A. K. Dunbar, *Journ. Amer. chem. Soc.* **49**, S. 601. 1927.

3) G. N. Lewis u. M. Randall, *Thermodynamik*, übersetzt von O. Redlich, Wien 1927. S. 161.

4) J. W. Gibbs, *Thermodynamische Studien*, übersetzt von W. Ostwald, Leipzig 1892. S. 78.

so geht Gl. (20) unter Beachtung von Gl. (5) und (11) über in

$$(23) \quad \ln \frac{p_{s0}}{p} + \frac{1}{R_0 T} \int_{p_{s0}}^p \alpha_{\omega} dp + \pi_0 + \ln z_0 - \ln z_{\omega} = 0.$$

Die entsprechenden Fugazitäten f_{s0} und f_{ω} des Sauerstoffes sind gegeben durch¹⁾

$$(24) \quad R_0 T \ln f_{s0} = R_0 T \ln p_{s0} - \int_0^{p_{s0}} \alpha_{\omega} dp,$$

$$(25) \quad R_0 T \ln f_{\omega} = R_0 T \ln p - \int_0^p \alpha_{\omega} dp.$$

Aus Gl. (24) und (25) erhalten wir

$$(26) \quad \ln \frac{f_{s0}}{f_{\omega}} = \ln \frac{p_{s0}}{p} + \frac{1}{R_0 T} \int_{p_{s0}}^p \alpha_{\omega} dp.$$

Wenn wir π_0 in Gl. (23) als gering vernachlässigen können, so ergibt sich aus ihr unter Benutzung von Gl. (26)

$$(27) \quad f_{s0} z_0 = f_{\omega} z_{\omega}^2.$$

Nach Gl. (24) ist $f_{s0} = f(T)$, somit ist die Fugazität f_{s0} für eine gegebene Gleichgewichtsisotherme eine Konstante. Nach Gl. (27) ändert sich daher $f_{\omega} z_{\omega}$ linear mit z_0 . Dies entspricht der Regel von Lewis-Randall.

Ebenso wird für den Stickstoff

$$(28) \quad f_{s n} z_n = f_v z_v$$

und es gilt auch hier die obige Regel.

Für ein vollkommenes Gas wird $f_{s0} = p_{s0}$, $f_{s n} = p_{s n}$ und $f_{\omega} = f_v = p$.

1) Vgl. G. N. Lewis u. M. Randall, a. a. O. S. 165. Vgl. auch J. R. Kirschewsky u. N. S. Torotscheschnikow, Ztschr. f. phys. Chem. A 176. S. 338. 1936.

2) Vgl. W. K. Lewis, Industr. Engng. Chem. 28. S. 260. 1936; M. Saunders jr., C. W. Selheimer u. G. G. Brown, Industr. Engng. Chem. 24. S. 518. 1932. Über Verallgemeinerungen des Fugazitätsbegriffes vgl. R. H. Newton u. B. F. Dodge, Industr. Engng. Chem. 27. S. 577. 1935; E. A. Guggenheim, Modern Thermodynamics by the Methods of Willard Gibbs, London 1933. S. 125; P. Debye, Phys. Ztschr. 25. S. 104. 1924.

Sind die Temperatur T und der Druck p des Gemisches gegeben, so folgt aus Gl. (27) und (28) zur Berechnung der zugehörigen Gleichgewichtskonzentrationen z_0 und z_ω unter Beachtung daß

$$\begin{aligned} & z_0 + z_n = z_\omega + z_r = 1 \\ (29) \quad & z_0 = \frac{f_\omega(f_r - f_{sn})}{f_{s0}f_r - f_{sn}f_\omega} \end{aligned}$$

Mit Gl. (29) erhalten wir z_ω aus Gl. (27).

Einfacher gestaltet sich die gleiche Berechnung nach dem Verf. durch Gl. (14) und (15). Vorausgesetzt, daß die Mischungscharakteristiken π_0 und π_n vernachlässigbar gering sind, wird nach Gl. (13) $p_0 = p'_{s0}$. Ebenso wird $p_n = p'_{sn}$, und Gl. (14) und (15) gehen über in

$$(30) \quad p'_{s0} z_0 = p z_\omega,$$

$$(31) \quad p'_{sn} z_n = p z_r.$$

Bei gegebenem Druck p und gegebener Temperatur T folgt aus Gl. (30) und (31) die zugehörige Gleichgewichtskonzentration

$$(32) \quad z_0 = \frac{p - p'_{sn}}{p'_{s0} - p'_{sn}} \cdot 1$$

und aus Gl. (30) das zugehörige z_ω .

Unter Benutzung von Gl. (12) folgt aus Gl. (32) auch

$$(33) \quad z_0 = \frac{1 - p''_{sn}}{p'_{s0} - p''_{sn}}.$$

Es ist hierbei noch zu beachten, daß nach Gl. (30—33), wie Gl. (10) zeigt, der spezifische Rauminhalt der Flüssigkeit gegenüber dem ihres Dampfes nicht vernachlässigt wird, wie dies bei Gl. (27—29) nach Gl. (23) der Fall ist. Diese Vernachlässigung erscheint in der Nähe der kritischen Punkte nicht mehr zulässig.

Berechnung von p'_{s0} und p'_{sn}

Zur Berechnung von p'_{s0} und p'_{sn} benutzen wir die T, s - und i, s -Diagramme für Sauerstoff von F. Schmidt²⁾ sowie für Stickstoff von W. H. Keesom und D. J. Houthoff³⁾.

In den Gleichgewichtszuständen des Flüssigkeits-Dampfgemisches ist der flüssige Stickstoff überhitzt und der dampfförmige Sauerstoff

1) Eine Verallgemeinerung auf Gemische aus beliebig vielen Bestandteilen geschieht hier in der gleichen Weise wie für den Fall, wo sich das Dampfgemisch wie ein vollkommenes Gas verhält. Vgl. V. Fischer, *Ann. d. Phys.* [5] **21**, S. 427. 1934.

2) F. Schmidt, *Forsch.-Arb. Ing.-Wes.*, Heft 339, Berlin 1930.

3) W. H. Keesom u. D. J. Houthoff, *Commun. phys. Lab. Univ. Leiden*, Suppl. Nr. 65c.

unterkühlt. Überhitzung und Unterkühlung erstrecken sich insbesondere bei Gemischen, deren Bestandteile weit auseinanderliegende Siedepunkte haben, meist weiter als z. B. nach den Van der Waals'schen Isothermen eines p, v -Diagramms möglich ist. Überdies ist der Zustand der Überhitzung für eine reine Flüssigkeit und der Zustand der Unterkühlung für einen reinen Dampf nicht stabil, während diese Zustände für die Bestandteile im Gemisch stabil sind.

Um die Wärmehalte i und Entropien s für die Überhitzung und Unterkühlung aus den T, s - und i, s -Diagrammen zu ermitteln, müssen wir die Isothermen und Isobaren durch Extrapolieren entsprechend ergänzen.

Aus dem T, s -Diagramm für Stickstoff¹⁾ ersehen wir, daß die Isobaren im Flüssigkeitsgebiet unterhalb des kritischen Druckes dicht entlang des Flüssigkeitsastes der Grenzkurve verlaufen, so daß die extrapolierten Kurvenstücke der Isobaren ungefähr mit der Grenzkurve zusammenfallen. Es lassen sich daher mittels dieser die Werte von i_n und s_n für den überhitzten Stickstoff bestimmen.

Um die Werte von i_o und s_o des unterkühlten dampfförmigen Sauerstoffes zu erhalten, extrapolieren wir zur Bestimmung von s_o die Isobaren im T, s -Diagramm²⁾ von ihrem Schnittpunkt mit dem Dampfaste der Grenzkurve aus in das Sättigungsgebiet. Ebenso extrapolieren wir die Isothermen und Isobaren im i, s -Diagramm²⁾. Durch die Koordinaten des Schnittpunktes der Isotherme für eine gegebene Temperatur T und der Isobare für einen gegebenen Druck p sind die zugehörigen Werte von i_o und s_o gegeben. Die gleichzeitige Bestimmung von s_o im T, s -Diagramm und i, s -Diagramm ermöglicht eine Kontrolle der durchgeführten Extrapolation.

In dieser Weise sind die Werte von i und s für den Temperaturbereich von -190°C bis zur kritischen Temperatur des Stickstoffes von -147°C ermittelt. Die sich daraus ergebenden Isothermen für Sauerstoff und Stickstoff sind in einem Diagramm mit p als Abszissen, p'_{s0} und p'_{sn} als Ordinaten dargestellt (vgl. Abb. 1). Ziehen wir in diesem Diagramm durch den Koordinatenanfangspunkt eine Gerade OB_n' , die unter einem Winkel von 45° gegen die Abszissenachse geneigt ist, so gilt für jeden Punkt dieser Geraden $p = p'_{s0} = p_{s0}$ und $p = p'_{sn} = p_{sn}$, wobei p_{s0} und p_{sn} die Sättigungsdrücke des reinen Sauerstoffes und Stickstoffes bedeuten. Es sei als Beispiel die Bestimmung der Isotherme des Stickstoffes für -160°C durchgeführt. Bei dieser Temperatur ist $p_{sn} = 17,3 \text{ Atm.}$ Damit finden wir in Abb. 1 auf der Geraden OB_n' den Endpunkt B_n der Isotherme. Für B_s gilt

1) W. H. Keesom u. D. J. Houthoff, a. a. O.

2) F. Schmidt, a. a. O.

Ordinaten $p'_{s,n}$ und damit weitere Punkte der Isotherme $A_n B_n$. Diese ergibt sich hierbei als Gerade. Das gleiche gilt für die übrigen Isothermen des Stickstoffes. Auch die Isothermen des Sauerstoffes ergeben sich als Gerade. Ihre Endpunkte haben bei gleicher Temperatur dieselben Abszissen $p_1 = p_{s,0}$ und $p = p_{s,n}$ wie jene des Stickstoffes. Siehe z. B. in Abb. 1 die Isotherme $A_0 B_0$. Die Grenzkurve der $p_{s,0}'$ ist durch $O B_0 B_0'$ gegeben. Die im Diagramm gestrichelt gezeichneten Isothermen entsprechen den Gleichgewichtsisothermen von B. F. Dodge und A. K. Dunbar¹⁾.

Aus dem p, p_s' -Diagramm der Abb. 1 läßt sich ein T, p_s' -Diagramm abbilden. Die Gerade $O B_n'$ zerfällt dann in die Dampfspannungskurve des Sauerstoffes und jene des Stickstoffes. Das T, p_s' -Diagramm eignet sich zur Bestimmung der Gleichgewichtsisobaren.

Aus dem p, p_s' -Diagramm kann nach Gl. (12) auch ein p, p_s'' - und ebenso ein T, p_s'' -Diagramm abgeleitet werden, die sich ebenfalls bei der Ermittlung von Gleichgewichtsisothermen und -isobaren verwenden lassen²⁾.

Berechnung der Mischungscharakteristiken π_0 und π_n

Wir schreiben Gl. (8) und (9) unter Benutzung von Gl. (10, 11) und (12) und unter Einführung Briggscher Logarithmen

$$(34) \quad \lg p'_{s,0} + \frac{\pi_0}{2,3} + \lg z_0 - \lg z_w = \lg p,$$

$$(35) \quad \lg p'_{s,n} + \frac{\pi_n}{2,3} + \lg z_n - \lg z_v = \lg p.$$

Um π_0 und π_n aus Gl. (34) und (35) zu berechnen, benutzen wir die Tab. 1 von B. F. Dodge und A. K. Dunbar¹⁾. Diese enthält für verschiedene Temperaturen T und Drücke p die Werte der experimentell ermittelten zugehörigen Gleichgewichtskonzentrationen z_0 und z_w . Die Werte von $p'_{s,0}$ und $p'_{s,n}$ finden wir aus dem p, p_s' -Diagramm der Abb. 1. Damit ergeben sich aus Gl. (34) und (35) in einem z, π -Diagramm die den Gleichgewichtsisothermen der Tab. 1 von Dodge und Dunbar entsprechenden Isothermen der Mischungscharakteristiken.

1) B. F. Dodge u. A. K. Dunbar, a. a. O.

2) p_s'' ist identisch mit der Gleichgewichtskonstanten K bei M. Souders jr., C. W. Selheimer u. H. G. Brown, Industr. Engng. Chem. **24**, S. 518. Anhand der dort in K, t -Diagrammen dargestellten Isobaren hat Verf. die lineare Abhängigkeit der Größe p_s' vom Druck p bei gleichbleibender Temperatur t , wie sie nach Abb. 1 für Stickstoff und Sauerstoff besteht, auch für n-Butan, Propan, n-Pentan, Äthan geprüft und innerhalb des Druckbereiches dieser Diagramme bestätigt gefunden.

Für π_0 und π_n als Funktionen von p , T und z setzen wir¹⁾

$$(36) \quad \pi_0 = \frac{z_0^2}{T} [2 z_0 v_0 + (1 - 2 z_0) v_n],$$

$$(37) \quad \pi_n = \frac{z_n^2}{T} [2 z_n v_n + (1 - 2 z_n) v_0].$$

Dabei bedeuten v_0 und v_n Funktionen von Temperatur und Druck.

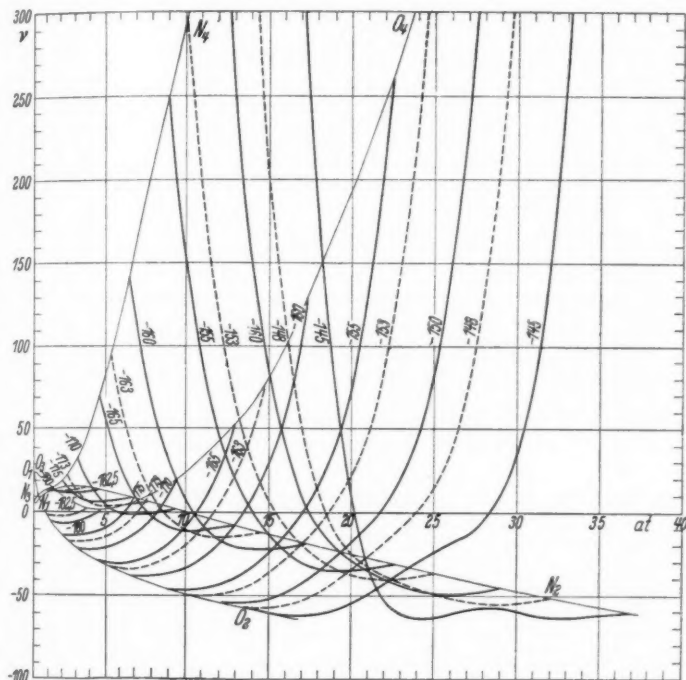


Abb. 2. Isothermen der Sauerstoff-Stickstoff-Gemische im p, v -Diagramm

Haben wir π_0 und π_n für einen bestimmten Gleichgewichtszustand des Flüssigkeits-Dampfgemisches aus Gl. (34) und (35) erhalten, so können wir die zugehörigen Werte von v_0 und v_n aus Gl. (36) und (37) als Unbekannte berechnen. Auf diese Weise finden wir die Isothermen in einem p, v -Diagramm, die wieder den Gleichgewichtsisothermen der Tab. 1 von Dodge und Dunbar entsprechen. Die so gefundenen v -Isothermen sind im Diagramm der Abb. 2 mit p als Abszissen und v

1) Vgl. V. Fischer, *Helv. phys. Acta* **6**, S. 47, 1933; *Ztschr. f. d. ges. Kälteind.* **43**, S. 15, 1936.

als Ordinaten gestrichelt eingezeichnet. Sie werden wiedergegeben durch die folgenden Gleichungen:

$$(38) \quad \left\{ \begin{aligned} v_0 - v_{s0} &= -\frac{88,125}{T} (p - p_{s0})^2 + \frac{7086}{T^2} (p - p_{s0})^3 \\ &\quad - \frac{106055}{T^3} (p - p_{s0})^4 + e^{-0,04925 T} (p - p_{s0})^5, \end{aligned} \right.$$

$$(39) \quad \left\{ \begin{aligned} v_n - v_{sn} &= -\frac{191,25}{T} (p_{sn} - p)^2 + \frac{7687,5}{T^2} (p_{sn} - p)^3 \\ &\quad - \frac{97064}{T^3} (p_{sn} - p)^4 + 3,4e^{0,0606 T} (p_{sn} - p)^5. \end{aligned} \right.$$

Dabei bedeuten p_{s0} und p_{sn} die Sättigungsdrücke des reinen Sauerstoffes und Stickstoffes bei der Temperatur T der Gleichgewichtsisotherme. Mit $p = p_{s0}$ folgt aus Gl. (38) $v_0 = v_{s0}$ und mit $p = p_{sn}$ aus Gl. (39) $v_n = v_{sn}$. Es stellen daher v_{s0} die Grenzwerte von v_0 für reinen Sauerstoff und v_{sn} jene von v_n für reinen Stickstoff dar. Es ist also v_{s0} lediglich eine Funktion der Siedetemperatur des Sauerstoffes und v_{sn} eine Funktion der Siedetemperatur des Stickstoffes. Mit den zu diesen Siedetemperaturen gehörigen Sättigungsdrücken p_{s0} und p_{sn} als Abszissen sowie den v_{s0} und v_{sn} als Ordinaten ergeben sich im p, v -Diagramm der Abb. 2 die Grenzkurven $O_1 O_2$ und $N_1 N_2$. Sie lassen sich ausdrücken durch die Gleichungen

$$(40) \quad v_{s0} = 144 - 1,6 T,$$

$$(41) \quad v_{sn} = 1065 - \frac{45750}{T} - 6 T.$$

Für den Höchstwert von v_{sn} ergibt sich aus Gl. (41)

$$(42) \quad \frac{dv_{sn}}{dT} \frac{dT}{dp_{sn}} = \left(\frac{45750}{T^2} - 6 \right) \frac{dT}{dp_{sn}} = 0.$$

Da für den ganzen Bereich der Dampfspannungskurve $\frac{dT}{dp_{sn}} > 0$ gilt, erhalten wir aus Gl. (42) $6 T^2 = 45750$ und $T = 87,3^\circ \text{ abs.}$, $[v_{sn}]_{\text{max}} = 17$. Der zu T gehörige Sättigungsdruck ist $p_{sn} = 1,86 \text{ atm.}$

Mit $p = p_{sn}$ ergibt sich aus Gl. (38) der Grenzwert von v_0 für reinen Stickstoff und mit $p = p_{s0}$ aus Gl. (39) der Grenzwert von v_n für reinen Sauerstoff. Damit erhalten wir im p, v -Diagramm der Abb. 2 die beiden weiteren Grenzkurven $O_3 O_4$ und $N_3 N_4$.

Die aus den Gl. (38) und (40) berechnete Isothermenschar der Werte von v_0 verläuft zwischen den Grenzkurven $O_1 O_2$ und $O_3 O_4$, die aus den Gl. (39) und (41) berechnete Isothermenschar der Werte von v_n verläuft zwischen den Grenzkurven $N_1 N_2$ und $N_3 N_4$.

Mit abnehmender Temperatur T nimmt bei den Gleichgewichtsisothermen der Unterschied $p_{sn} - p_{s0}$ zwischen den zu T gehörigen Sättigungsdrücken ab. Gleichzeitig vermindert sich, wie die Isothermenscharen in Abb. 2 ergeben, mit abnehmender Temperatur die

Abhängigkeit der v_0 und v_n vom Druck p . Die tiefste Temperatur der von Dodge und Dunbar ermittelten Gleichgewichtsisothermen ist -198°C . Die zu dieser Temperatur gehörigen Isothermen des p, v -Diagramms sind in Abb. 2 durch $O_1 O_3$ und $N_1 N_3$ gegeben. Für die beiden Isothermen wird, wie Abb. 2 zeigt, v_0 und v_n unabhängig vom Druck.

Berechnung der Gleichgewichtsisothermen und -isobaren

Es sollen z. B. für die Temperatur $t = -198^\circ \text{C}$ bzw. $T = 75^\circ \text{abs.}$ und ein Flüssigkeitsgemisch mit der Konzentration $z_0 = 0,6$ die Konzentration z_∞ des mit der Flüssigkeit im Gleichgewicht befindlichen Dampfes und dessen Druck p ermittelt werden. Für $T = 75^\circ \text{abs.}$ wird $p'_{s0} = p_{s0} = 0,145 \text{ Atm.}$ und $p'_{sn} = p_{sn} = 0,757 \text{ Atm.}$ Aus dem p, v -Diagramm der Abb. 2 finden wir $v_0 = 24$ und $v_n = 5$. Damit folgt aus Gl. (36) und (37) $\frac{\pi_0}{2,3} = 0,0258$, $\frac{\pi_n}{2,3} = 0,0183$ sowie nach Gl. (13) $p_0 = 0,154$, $p_n = 0,790$. Dies ergibt aus Gl. (16) den gesuchten Dampfdruck $p = 0,408 \text{ Atm.}$ und aus Gl. (14) die Konzentration $z_\infty = 0,226$.

Ist v_0 und v_n abhängig vom Druck p und der Temperatur T und sollen für einen gegebenen Druck p und eine gegebene Temperatur T die Gleichgewichtskonzentrationen z_0 und z_∞ des Flüssigkeits-Dampfes bestimmt werden, so setzen wir nach Gl. (16)

$$(43) \quad p_0 z_0 + p_n z_n = x.$$

Dann ist x eine Funktion von p , T und z_0 . Tragen wir für ein konstantes p und T in einem Diagramm mit z_0 als Abszissen die aus Gl. (43) folgenden Werte von x als Ordinaten auf und schneiden die erhaltene Kurve durch eine Parallele zur Abszissenachse im Abstand p zu derselben, so gibt die Abszisse des Schnittpunktes die zu p und T gehörige Gleichgewichtskonzentration z_0 . Ebenso finden wir die entsprechenden Werte von p_0 und p_n . Damit ist aus Gl. (14) auch z_∞ gegeben. Da der ungefähre Verlauf der Isotherme bereits durch die Bestimmung eines Gleichgewichtszustandes ersichtlich wird, genügen zumeist zwei Werte von x um z_0 zu erhalten. Es sei z. B. $T = 125^\circ \text{abs.}$ und $p = 20 \text{ Atm.}$ Aus dem p, p_s -Diagramm der Abb. 1 lesen wir dafür die Werte ab: $p'_{s0} = 16,375 \text{ Atm.}$, $p'_{sn} = 28,86 \text{ Atm.}$ und aus dem p, v -Diagramm der Abb. 2 $v_0 = -34$, $v_n = -24$. Unter Benutzung von Gl. (43), (36), (37) und (13)–(16) ergibt sich daraus $p_0 = 15,66 \text{ Atm.}$, $p_n = 26,71 \text{ Atm.}$ und $z_0 = 0,607$, $z_\infty = 0,476$.

Auf diese Weise sind in Tab. 1 für verschiedene Drücke p und Temperaturen t die Gleichgewichtskonzentrationen z_0 und z_∞ berechnet. In dem t, z -Diagramm der Abb. 3 sind die sich aus Tab. 1

Tabelle 1

$t^1) = -148$								
$p^1) =$	30	28	26	24	22	20	18	16
$z_0 =$	0,090	0,185	0,278	0,384	0,497	0,607	0,730	0,858
$z_\omega =$	0,070	0,136	0,201	0,282	0,376	0,476	0,600	0,756
$t = -150$								
$p =$	26	24	22	20	18	16	14	
$z_0 =$	0,156	0,260	0,379	0,5065	0,617	0,764	0,884	
$z_\omega =$	0,114	0,185	0,273	0,376	0,464	0,628	0,7965	
$t = -153$								
$p =$	22	20	18	16	14	12		
$z_0 =$	0,177	0,302	0,444	0,588	0,730	0,864		
$z_\omega =$	0,119	0,206	0,313	0,431	0,573	0,7565		
$t = -155$								
$p =$	20	18	16	14	12	10		
$z_0 =$	0,161	0,300	0,455	0,616	0,770	0,915		
$z_\omega =$	0,102	0,198	0,312	0,446	0,615	0,840		
$t = -160$								
$p =$	15	14	13	12	11	10	9	8
$z_0 =$	0,210	0,301	0,390	0,483	0,5755	0,676	0,764	0,856
$z_\omega =$	0,128	0,176	0,248	0,318	0,394	0,497	0,600	0,734
$t = -163$								
$p =$	13	12	11	10	9	8	7	
$z_0 =$	0,175	0,284	0,388	0,494	0,602	0,708	0,813	
$z_\omega =$	0,100	0,169	0,2365	0,315	0,409	0,5205	0,660	
$t = -165$								
$p =$	12	11	10	9	8	7	6	
$z_0 =$	0,124	0,213	0,363	0,478	0,595	0,710	0,827	
$z_\omega =$	0,067	0,120	0,211	0,292	0,392	0,514	0,676	
$t = -170$								
$p =$	8	7	6	5	4			
$z_0 =$	0,240	0,405	0,558	0,710	0,859			
$z_\omega =$	0,123	0,220	0,334	0,491	0,710			
$t = -173$								
$p =$	7	6	5	4	3,4	3		
$z_0 =$	0,1425	0,350	0,531	0,715	0,824	0,915		
$z_\omega =$	0,067	0,1745	0,294	0,481	0,638	0,776		
$t = -175$								
$p =$	6	5	4	3,4	3			
$z_0 =$	0,178	0,408	0,6255	0,739	0,822			
$z_\omega =$	0,080	0,200	0,367	0,501	0,625			
$t = -180$								
$p =$	3,8	3,4	3	2,6	2,2	1,8		
$z_0 =$	0,246	0,379	0,507	0,621	0,740	0,862		
$z_\omega =$	0,093	0,157	0,230	0,326	0,460	0,657		
$t = -182,5$								
$p =$	3,4	3	2,6	2,2	1,8	1,4		
$z_0 =$	0,119	0,281	0,438	0,585	0,725	0,866		
$z_\omega =$	0,038	0,098	0,175	0,273	0,413	0,637		

1) p in Atm. und t in $^{\circ}\text{C}$.

Tabelle 1 (Fortsetzung)

$t = -185$					
$p =$	2,6	2,2	1,8	1,4	1
$z_0 =$	0,180	0,379	0,565	0,740	0,912
$z_{\infty} =$	0,061	0,142	0,252	0,422	0,729
$t = -190$					
$p =$	1,4	1	0,6		
$z_0 =$	0,350	0,637	0,911		
$z_{\infty} =$	0,120	0,292	0,680		

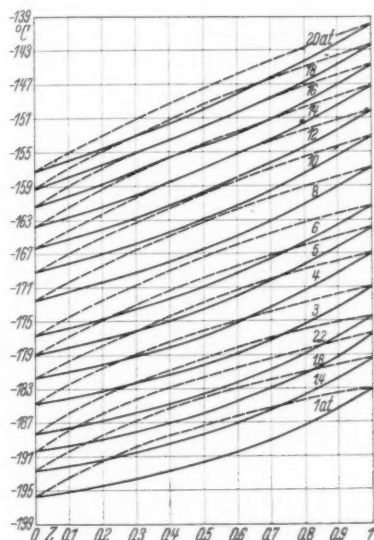


Abb. 3. Isobaren der Sauerstoff-Stickstoff-Gemische im t, z -Diagramm

ergebenden Gleichgewichtsisobaren von 1—20 Atm. eingetragen. Wie man aus dem t, z -Diagramm ersieht, liegen die Isobaren von 16 bis 20 Atm. zum Teil oberhalb der kritischen Temperatur von -147°C des Stickstoffes. Wir müssen daher im p_s, p_s' -Diagramm der Abb. 1 die Grenzkurve OA_n' über den kritischen Punkt des Stickstoffes hinaus durch Extrapolation verlängern. Dies sei für $t = -145^{\circ}\text{C}$ durchgeführt. Wir bestimmen zunächst die Isotherme $A_0''B_0'''$ für -145°C des Sauerstoffes, bei welcher Temperatur dessen Zustandspunkte noch unterhalb des kritischen Punktes liegen. Die Ordinate durch B_0'' gibt in ihrem Schnitt mit der Geraden durch $O B_n'$ den Endpunkt B_n'' der Isotherme für -145°C des Stickstoffes. Extrapolieren wir OA_n' über A_n' hinaus, so gibt der Schnitt mit der Ordinate durch A_0''

den Endpunkt A_n' , und die Gerade $A_n'' B_n''$ die Isotherme für -145°C des Stickstoffes.

Mit den durch A_0'' und B_n'' gegebenen Drücken berechnen wir aus Gl. (38) und (39) die Isothermen für -145°C des p, z -Diagramms in Abb. 2. Damit sind alle Bestimmungsstücke gegeben, um die Gleichgewichtskonzentrationen der Isobaren von 16–20 Atm. für $t = -145^\circ\text{C}$ im t, z -Diagramm der Abb. 3 zu berechnen. Die Isobaren von 1, 5, 10 und 20 Atm. entsprechen den von B. F. Dodge und A. K. Dunbar aus ihren Versuchswerten ermittelten Isobaren¹⁾.

Allgemeine thermodynamische Beziehungen und die Zustandsgleichungen der Gemische

Für das Differential des thermodynamischen Potentials μ_0 des Sauerstoffes im Gemisch gilt

$$(44) \quad d\mu_0 = -\bar{s}_0 dT + A v_0 dp + \left(\frac{\partial \mu_0}{\partial z_0}\right)_{p, T} dz_0$$

und für das thermodynamische Potential φ_0 des reinen Sauerstoffes

$$(45) \quad d\varphi_0 = -s_0 dT + A v_0 dp.$$

Mit

$$(46) \quad \bar{s}_0 = s_0 + c_0^2$$

folgt unter Beachtung von Gl. (1), (3) und (5) aus Gl. (44) und (45) für das thermodynamische Mischungspotential des Sauerstoffes

$$(47) \quad d\bar{h}_0 = -v_0 dT + A (v_0 - v_0) dp + \left(\frac{\partial \bar{h}_0}{\partial z_0}\right)_{p, T} dz_0.$$

Nach Gl. (47) ist

$$(48) \quad \left(\frac{\partial \bar{h}_0}{\partial T}\right)_{p, z_0} = -v_0,$$

$$(49) \quad \left(\frac{\partial \bar{h}_0}{\partial p}\right)_{T, z_0} = A (v_0 - v_0).$$

Mit Bezug auf Gl. (11), (36) und (37) wird

$$(50) \quad \bar{h}_0 = A R_0 z_n^2 [2 z_0 v_0 + (1 - 2 z_0) v_n],$$

$$(51) \quad \bar{h}_n = A R_n z_0^2 [2 z_n v_n + (1 - 2 z_n) v_0].$$

Bezeichnen wir das molare thermodynamische Mischungspotential des flüssigen Gemisches mit \bar{h}_f , die Molekulargewichte von Sauerstoff und Stickstoff mit m_0 und m_n , so wird

$$(52) \quad \bar{h}_f = z_0 m_0 \bar{h}_0 + z_n m_n \bar{h}_n.$$

Damit ergibt sich aus Gl. (50) und (51)

$$(53) \quad \bar{h}_f = 1,985 z_0 z_n [z_0 v_0 + z_n v_n]^2.$$

1) Vgl. B. F. Dodge u. A. K. Dunbar, a. a. O. S. 607.

2) Vgl. V. Fischer, Ann. d. Phys. [5] 32. S. 348. 1938.

Bei gegebenem Mischungspotential erhalten wir aus Gl. (48 und (50) die Mischungsentropie des Sauerstoffes

$$(54) \quad \mathfrak{b}_0 = -A R_0 z_n^2 \left[2 z_0 \left(\frac{\partial v_0}{\partial T} \right)_p + (1 - 2 z_0) \left(\frac{\partial v_n}{\partial T} \right)_p \right].$$

Entsprechende Ausdrücke folgen aus Gl. (51) und (53) für \mathfrak{b}_n und \mathfrak{b}_f .

Zur Bestimmung der Mischungskontraktionen ergibt sich aus Gl. (49) und (50)

$$(55) \quad \mathfrak{v}_0 - v_0 = R_0 z_n^2 \left[2 z_0 \left(\frac{\partial v_0}{\partial p} \right)_T + (1 - 2 z_0) \left(\frac{\partial v_n}{\partial p} \right)_T \right].$$

Gl. (55) läßt sich als Zustandsgleichung des flüssigen Sauerstoffes im Gemisch auch schreiben:

$$(56) \quad p \mathfrak{v}_0 = p v_0 + R_0 p z_n^2 \left[2 z_0 \left(\frac{\partial v_0}{\partial p} \right)_T + (1 - 2 z_0) \left(\frac{\partial v_n}{\partial p} \right)_T \right].$$

Für reinen Sauerstoff wird $z_n = 0$ und Gl. (56) geht über in

$$p \mathfrak{v}_0 = p v_0.$$

Wir können für reinen Sauerstoff die Zustandsgleichung von Kamerlingh-Onnes

$$(57) \quad p v_0 = R_0 T [1 + b p + c p^2 + d p^3 + \dots]$$

eingeführen, wobei $b, c, d \dots$ Funktionen der Temperatur sind. Die Werte von v_0 und v_n lassen sich als Funktionen von Temperatur und Druck analog ausdrücken. Mit Bezug auf Gl. (38) und (39) ist hierbei zu bemerken, daß diese nur für die Zustandspunkte entlang der Siedelinien des Gemisches gelten, aus denen sie auch ermittelt wurden.

Entsprechendes gilt für die aus Gl. (51) folgende Zustandsgleichung des reinen Stickstoffes im Gemisch. Für die Zustandsgleichung des Gemisches erhalten wir aus Gl. (53)

$$(58) \quad p \bar{v}_f = p \bar{v}_f + 1,985 p z_0 z_n \left[z_0 \left(\frac{\partial v_0}{\partial p} \right)_T + z_n \left(\frac{\partial v_n}{\partial p} \right)_T \right].$$

Um die Mischungswärmen q_0 aus den Mischungspotentialen \mathfrak{h}_0 zu berechnen, gehen wir aus von Gl. (4). Aus dieser folgt mit Gl. (48)

$$(59) \quad q_0 = \mathfrak{h}_0 - T \left(\frac{\partial \mathfrak{h}_0}{\partial T} \right)_{p, z_0}.$$

Setzen wir

$$(60) \quad v_{01} = v_0 - T \left(\frac{\partial v_0}{\partial T} \right)_p$$

$$(61) \quad v_{n1} = v_n - T \left(\frac{\partial v_n}{\partial T} \right)_p,$$

so ergibt sich aus Gl. (50) und (59) für die Mischungswärme des Sauerstoffes

$$(62) \quad q_0 = A R_0 z_n^2 [2 z_0 v_{0_1} + (1 - 2 z_0) v_{n_1}].$$

Entsprechende gilt wieder für q_n und \bar{q}_f .

Aus Gl. (62) erhalten wir für die spezifische Wärme c_{p0} des Sauerstoffes im Gemisch

$$(63) \quad \begin{cases} c_{p0} - c_{p0} = \left(\frac{\partial q_0}{\partial T} \right)_{p, z_0} \\ = A R_0 z_n^2 \left[2 z_0 \left(\frac{\partial v_{0_1}}{\partial T} \right)_p + (1 - 2 z_0) \left(\frac{\partial v_{n_1}}{\partial T} \right)_p \right]. \end{cases}$$

Ferner folgt aus Gl. (60) und (61)

$$(64) \quad \left(\frac{\partial v_{0_1}}{\partial T} \right)_p = -T \left(\frac{\partial^2 v_0}{\partial T^2} \right)_p,$$

$$(65) \quad \left(\frac{\partial v_{n_1}}{\partial T} \right)_p = -T \left(\frac{\partial^2 v_n}{\partial T^2} \right)_p.$$

Sind die Mischungswärmen gegeben, so kann man aus Gl. (64) und (65) durch Integration v_0 und v_n ermitteln. Damit sind auch die Mischungspotentiale bestimmt.

Wenn die Mischungskontraktionen bekannt sind, so folgen die Mischungspotentiale nach Gl. (49) durch Integration aus Gl. (55).

Aus dem vorhergehenden ersehen wir: Ist eine Zustandsgröße des Gemisches gegeben, so folgen aus ihr mittels der allgemeinen thermodynamischen Beziehungen die anderen Zustandsgrößen des Gemisches.

Berlin-Johannistal, Pietschkerstr. 13.

(Eingegangen 20. Juli 1939)

Eine neue Methode zur Berechnung der Absorption bei der Meßanordnung von Drude-Coolidge Von Hilding Slätis

(Mit 4 Abbildungen)

Einleitung

1. Die Bedeutung exakter Messungen. Im Gebiet kurzer elektrischer Wellen werden die durch Messungen im Lechersystem erhaltenen Werte der Dielektrizitätskonstante und des Absorptionskoeffizienten als die genauesten angesehen. Dennoch weichen die von verschiedenen Forschern gemessenen Konstanten beträchtlich voneinander ab. Diese Tatsache ist auch von mehreren Autoren hervorgehoben worden. Als Ursachen dieser Diskrepanzen werden unberücksichtigte Einflüsse der Apparatur, die Verwendung gedämpfter Wellen, Eigenschwingungen im elektrischen Spektrum usw. angegeben. Malsch¹⁾ hat den Einfluß der Dämpfung auf Dispersion und Absorption geschätzt. Hiernach sollen Messungen an stark gedämpften Wellen, was die quantitative Angabe von Konstanten anbetrifft, überhaupt nicht brauchbar sein. Aber auch die mit schwach gedämpften Wellen erhaltenen Resultate sind einander widersprechend, wie Malsch an einigen Beispielen zeigt. Da noch Seeberger²⁾ mit ungedämpften Wellen beim Propylalkohol den Absorptionskoeffizienten größer als 1 findet, was nicht im Sinne der Dipoltheorie zu erklären ist, und auch andere Messungen keine Klarheit in dem für die anomale Dispersion charakteristischen Gebiet gebracht haben, wird von Malsch die Bedeutung exakter Messungen hervorgehoben. Röhr³⁾ weist darauf hin, daß die Diskrepanzen der Messungsergebnisse mit der Absorption der untersuchten Substanzen wachsen, und entwickelt aus der zweiten Drudeschen Methode eine Meßanordnung, bei der die Dämpfung ohne merklichen Einfluß auf die Resonanzlage ist. Hierdurch bekommt man aber nur die Dielektrizitätskonstante, nicht den Absorptionskoeffizienten des Dielektrikums. Auch Abadie⁴⁾ hat die zweite Drudesche Methode verbessert. Er hat die Gleichung der

1) J. Malsch, Ann. d. Phys. [5] **19**. S. 707. 1934; **20**. S. 34. 1934.

2) M. Seeberger, Ann. d. Phys. [5] **16**. S. 77. 1933.

3) A. Röhr, Inaug.-Diss. Würzburg 1935.

4) P. Abadie, L'Onde Electr. **16**. S. 89 u. 247. 1937.

„Resonanzkurve“, also die Stromintensität im kurzgeschlossenen Ende des Lechersystems als Funktion der Länge desselben, wenn am anderen Ende der Meßkondensator angeschlossen ist, abgeleitet, und zeigt, wie man aus der experimentellen Kurve die beiden Bestandteile der verallgemeinerten Dielektrizitätskonstante $\epsilon = \epsilon' - j\epsilon''$ folgern kann. Obwohl die Methode zuverlässig erscheint, ist sie nicht ganz einfach. Neulich haben Keutner und Potapenko¹⁾ wieder die Meßanordnung von Drude-Coolidge²⁾ verwendet. Zur Berechnung des Absorptionskoeffizienten wurde auch hier die ganze Resonanzkurve aufgenommen. Das zeitraubende und lästige Zeichnen der Resonanzkurven kann aber vermieden werden, wenigstens nachdem für die betreffende Wellenlänge die Dämpfungsdekremente in den Brücken, Drähten und eventuell (falls man nicht ungedämpfte Wellen gebraucht) im Oszillator ermittelt sind. Der Absorptionskoeffizient kann vielmehr aus dem Verhältnis der maximalen Galvanometerausschläge ohne den Meßkondensator im Lechersystem bzw. mit demselben ermittelt werden. Dieselben Messungen, die zur Bestimmung der Dielektrizitätskonstante ausgeführt werden müssen, können also zur Berechnung des Absorptionskoeffizienten verwendet werden. Wie dies geschieht wird unten gezeigt.

Theorie

2. Die Meßanordnung von Drude-Coolidge. Bei der Methode von Drude-Coolidge (a. a. O.) werden bekanntlich elektrische

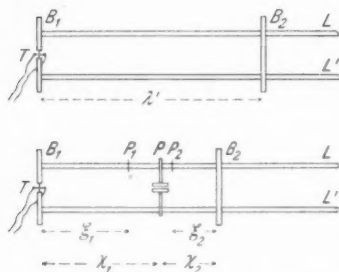


Abb. 1. Schematische Darstellung des Lechersystems ohne und mit Kondensator

Schwingungen in einem von zwei Metallbrücken B_1, B_2 (Abb. 1) abgegrenzten Teil eines Lecherschen Paralleldrahtsystems L, L' durch Resonanz mit einem (in der Abbildung nicht abgebildeten) elektrischen Oszillator erzeugt. Falls die Brücken total reflektieren, tritt maximale Resonanz ein, wenn der Abstand zwischen den Brücken gleich der halben Wellenlänge λ' des Oszillators ist. Wenn man einen Kondensator K in das System

1) E. Keutner u. G. Potapenko, Phys. Ztschr. **40**. S. 100. 1939.

2) P. Drude, Wied. Ann. **61**. S. 466. 1897; W. D. Coolidge, Wied. Ann. **69**. S. 125. 1899; G. Potapenko, Ztschr. f. Phys. **20**. S. 21. 1923; Phys. Rev. **39**. S. 625 u. 638. 1932; H. Slätis, Acta Acad. Aboensis, Math. et phys. IX. Nr. 4. 1936, XI. Nr. 6. 1938; Ann. d. Phys. [5] **32**. S. 734. 1938.

einschaltet, und dieses wieder in Resonanz mit dem Oszillator durch Verschieben der Brücke B_2 bringt, so wird die Länge des Systems kleiner. Es mögen die Abstände des Kondensators von den Brücken B_1 und B_2 mit x_1 bzw. x_2 bezeichnet werden, dann gilt

$$(1) \quad \frac{4\pi K}{\lambda'} \log \frac{d}{R} = \cot \frac{\pi x_1}{\lambda'} + \cot \frac{\pi x_2}{\lambda'}$$

und

$$(2) \quad \frac{x}{1-x^2} = \frac{K}{\varepsilon K_1} \cdot \frac{\delta_k}{4\pi} \left[1 + \frac{\pi}{\lambda'} \cdot \frac{x_1 \frac{\sin \frac{\pi x_2}{\lambda'}}{\sin \frac{\pi x_1}{\lambda'}} + x_2 \frac{\sin \frac{\pi x_1}{\lambda'}}{\sin \frac{\pi x_2}{\lambda'}}}{\sin \pi \frac{x_1 + x_2}{\lambda'}} \right],$$

wo K die Kapazität des Kondensators, d und R den gegenseitigen Abstand und den Halbmesser der Paralleldrähte, ε und x die Dielektrizitätskonstante bzw. den Absorptionskoeffizienten des Dielektrikums des Kondensators und δ_k das von diesem Dielektrikum hervorbrachte logarithmische Dämpfungsdekrement der Schwingungen im betrachteten System (im folgenden Sekundärsystem genannt) bezeichnen. K_0 und K_1 sind die Ballast- bzw. Arbeitskapazität des Kondensators, d. h. es ist

$$(3) \quad K = K_0 + \varepsilon K_1.$$

Die Gl. (1) und (2) gelten unter der Voraussetzung, daß δ_k^2 neben 1 klein ist. Außerdem müssen die Zuleitungsdrähte des Kondensators dünn sein, sonst entstehen in den Zuleitungsdrähten Wirbelströme, die die Formel (1) modifizieren¹⁾.

3. Der Bjerknessche Intensitätsfaktor. Wir wollen jetzt annehmen, daß die vom Oszillator ausgehende Kraft nur am Ende B_1 des Sekundärsystems wirkt, und daß wir den Integraleffekt der Schwingungen mittels eines in der Brücke B_1 eingebauten Thermokreuzes T messen. Durch das Ausmessen der Kurven, die die Galvanometerausschläge als Funktion der Brückenlagen B_2 darstellen, hat man früher nach den Formeln von Bjerknes²⁾ die Summe der logarithmischen Dekremente γ des Oszillators und δ des Sekundärsystems berechnet. Aus solchen Messungen kann man δ_k ermitteln. Für jede einzelne Resonanzkurve nimmt man dabei mit

1) H. Slätis, Ann. d. Phys. [5] 32. S. 734. 1938.

2) V. Bjerknes, Wied. Ann. 55. S. 121. 1895. Der Gang der Berechnung der einzelnen Dekremente ist im Spezialfalle $x_1 = x_2$ in meiner ersten Arbeit (a. a. O.) dargestellt.

Bjerknes an, daß der sogenannte Intensitätsfaktor \mathfrak{A} der Schwingungen im Sekundärsystem konstant ist. Nach Bjerknes¹⁾ hat man aber auch

$$(4) \quad I \gamma \delta (\gamma + \delta) = \mathfrak{A} = \left(\frac{\mathfrak{A}}{8\pi} \right)^2 X^2,$$

wo I den Integraleffekt der Schwingungen, \mathfrak{A} eine Konstante und X die Schwingungszeit „des konstanten Leiters“ (also bei uns des Oszillators) bezeichnen. Wenn wir jetzt dieses Resultat von Bjerknes auf das neue Verfahren zur Berechnung von δ_k verwenden wollen, und wir bei diesem Verfahren Integraleffekte bei verschiedenen Brückenlagen miteinander vergleichen, müssen wir den Ausdruck für den Intensitätsfaktor (bis auf einen konstanten Faktor) finden. Zuerst wollen wir jedoch einige Energie- und Dämpfungsverhältnisse im Sekundärsystem untersuchen.

4. Prinzip der Berechnung des logarithmischen Dämpfungsdekrementes. Im Sekundärsystem mögen Eigenschwingungen der Periode T und des logarithmischen Dämpfungsdekrementes δ abklingen. Wenn U die Energie des Systems im Augenblicke $t=0$, U' die in demselben System im Intervalle $t=0$ bis $t=T$ verbrauchte Energie bezeichnen, hat man

$$\frac{U - U'}{U} = \left(\frac{e^0}{e^\delta} \right)^2$$

oder, wenn δ hinreichend klein ist

$$(5) \quad \delta = \frac{1}{2} \frac{U'}{U}.$$

5. Die Energie des Systems. Das Potential V_1 und der Strom i_1 im Punkte P_1 des Drahtabschnittes $B_1 P$ (Abb. 1) können durch

$$(6) \quad \begin{cases} V_1 = V_{01} \sin \frac{\pi \xi_1}{\lambda'} \cos 2\pi \frac{t}{T}, \\ i_1 = -I_{01} \cos \frac{\pi \xi_1}{\lambda'} \sin 2\pi \frac{t}{T} \end{cases}$$

dargestellt werden, wenn $B_1 P_1 = \xi_1$ ist und wir den Einfluß der Dämpfung auf die Amplituden V_{01} bzw. I_{01} vernachlässigen; dies ist für unsere Energieberechnungen im Einklang mit der eingangs vorausgesetzten Fortlassung aller Größen δ^2 . Ähnliche Gleichungen werden für die Spannung V_2 bzw. den Strom i_2 im Punkte P_2 des Drahtes $P B_2$ erhalten:

$$(7) \quad \begin{cases} V_2 = V_{02} \sin \frac{\pi \xi_2}{\lambda'} \cos 2\pi \frac{t}{T}, \\ i_2 = -I_{02} \cos \frac{\pi \xi_2}{\lambda'} \sin 2\pi \frac{t}{T}. \end{cases}$$

1) V. Bjerknes, a. a. O. S. 153.

Für $t = 0$ ist $i_1 = i_2 = 0$ und V_1 und V_2 werden Maxima; die Energie U des Systems ist dann gänzlich elektrostatisch und gleich der Summe der Energie U_l der Ladungen der Lecherdrähte und der Energie U_k des Kondensators. Die Kapazität pro Längeneinheit des einen der Lecherdrähte in elektrostatischem Maße¹⁾ ist

$$(8) \quad \frac{1}{2 \log \frac{d}{R}}.$$

Da noch die Energie der Ladung eines Leiters gleich des halben Produktes der Kapazität und der zweiten Potenz des Potentials ist, hat man

$$(9) \quad \left\{ \begin{aligned} U_l &= 2 \left[\frac{1}{2} \cdot \frac{V_{01}^2}{2 \log \frac{d}{R}} \int_0^{x_1} \sin^2 \frac{\pi \xi_1}{\lambda'} d \xi_1 \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{2} \cdot \frac{V_{02}^2}{2 \log \frac{d}{R}} \int_0^{x_2} \sin^2 \frac{\pi \xi_2}{\lambda'} d \xi_2 \right] \\ &= \frac{1}{4 \log \frac{d}{R}} \left[V_{01}^2 \left(x_1 - \frac{\lambda'}{2\pi} \sin \frac{2\pi x_1}{\lambda'} \right) \right. \\ &\quad \left. + V_{02}^2 \left(x_2 - \frac{\lambda'}{2\pi} \sin \frac{2\pi x_2}{\lambda'} \right) \right]. \end{aligned} \right.$$

Im Punkte P müssen die Potentiale (6) und (7) übereinstimmen, also

$$(10) \quad V_{01} \sin \frac{\pi x_1}{\lambda'} = V_{02} \sin \frac{\pi x_2}{\lambda'}.$$

Für U_k hat man einfach

$$U_k = \frac{1}{2} K \cdot 4 V_{01}^2 \sin^2 \frac{\pi x_1}{\lambda'}$$

und somit, unter Berücksichtigung von (9) und (10), für die Energie U des Sekundärsystems

$$U = U_l + U_k = \frac{V_{01}^2}{4 \log \frac{d}{R}} \left[x_1 + \frac{\lambda'}{2\pi} \sin \frac{2\pi x_1}{\lambda'} \right. \\ \left. + \frac{\sin^2 \frac{\pi x_1}{\lambda'}}{\sin^2 \frac{\pi x_2}{\lambda'}} \left(x_2 + \frac{\lambda'}{2\pi} \sin \frac{2\pi x_2}{\lambda'} \right) \right]$$

1) Vgl. z. B. P. Drude, Physik des Äthers, 2. Aufl., 1912, S. 496.

oder

$$(11) \quad U = \frac{\lambda' \cdot V_{01}^2}{4 \log \frac{d}{R}} \cdot \psi,$$

wo

$$(12) \quad \psi = \frac{x_1}{\lambda'} + \frac{x_2}{\lambda'} \cdot \frac{1 + \cot^2 \frac{\pi x_2}{\lambda'}}{1 + \cot^2 \frac{\pi x_1}{\lambda'}} + \frac{1}{\pi} \cdot \frac{\cot \frac{\pi x_1}{\lambda'} + \cot \frac{\pi x_2}{\lambda'}}{1 + \cot^2 \frac{\pi x_1}{\lambda'}}.$$

6. Dämpfung als Folge der Energieverluste an den Brücken. Den aus verschiedenen Gründen (unvollständige Reflexion, Leitungsverluste) verursachten Energieverlust an einer Brücke, z. B. B_1 , können wir durch den Energieverlust in einem im Strombauch liegenden Widerstand w_1 ersetzt denken. Der Energieverlust U_{B_1} im Zeitintervalle $t = 0$ bis T in diesem Widerstand wird dann

$$(13) \quad U'_{B_1} = I_{01}^2 w_1 \int_0^T \sin^2 \frac{2\pi t}{T} dt = \frac{I_{01}^2 w_1 T}{2}.$$

Die im Zeitintervalle 0 bis $T/4$ durch die Brücke B_1 strömende Elektrizitätsmenge muß nun offenbar gleich der auf dem Drahte L von $\xi_1 = 0$ bis $\lambda'/2$ (kein Kondensator) um $t = 0$ lagernden Elektrizitätsmenge, also (elektrostatische Einheiten, vgl. auch (8))

$$- \int_{\xi_1=0}^{T/4} i_1 dt = \frac{1}{2 \log \frac{d}{R}} \int_{t=0}^{\lambda'/2} V_1 d\xi_1$$

oder

$$(14) \quad I_{01} = \frac{V_{01}}{2 \log \frac{d}{R}}.$$

(5), (11), (12), (13) und (14) geben das von dem Energieverluste in der Brücke B_1 herrührende Dämpfungsdekrement δ_T (das T deutet hier die Anwesenheit des Thermokreuzes an):

$$(15) \quad \delta_T = \frac{\delta_{T_0}}{\psi}.$$

δ_{T_0} bezeichnet hier eine nur von der Wellenlänge abhängige Konstante. Für $x_1 = x_2 = \frac{\lambda'}{2}$, also wenn kein Kondensator im Sekundärsystem ist (vgl. (1)), wird $\delta_T = \delta_{T_0}$.

Durch ähnliche Betrachtungen findet man das durch die Brücke B_2 verursachte logarithmische Dämpfungsdekrement δ_B gleich

$$(16) \quad \delta_B = \frac{1 + \cot^2 \frac{\pi x_2}{\lambda'}}{1 + \cot^2 \frac{\pi x_1}{\lambda'}} \cdot \frac{\delta_{B_2}}{\psi},$$

wo δ_{B_2} das von der Brücke B_2 herrührende Dekrement im Sekundär-
system ohne Kondensator ist.

7. Dämpfung bedingt durch Leitungsverluste in den Lecherdrähten.
Das Dämpfungsdekrement δ_0 , welches durch den Widerstand der
Lecherdrähte entsteht, ist von der Lage des Kondensators unabhängig
und gleich

$$(17) \quad \delta_0 = \frac{1}{R \log \frac{d}{R}} \sqrt{\frac{\lambda'}{c \cdot \sigma_m}},$$

wo σ_m das spezifische Leitvermögen (elektromagnetische Einheiten) der
Drähte (die Permeabilität derselben gleich 1 angenommen) und c die
Lichtgeschwindigkeit bezeichnen¹⁾.

8. Die Dämpfung δ_k durch die Absorption κ im Dielektrikum
des Kondensators kann man durch ähnliche Überlegungen wie die in
den §§ 4–6 finden. Der Zusammenhang zwischen beiden Größen
ist jedoch schon oben in der Gl. (2) gegeben. Aus dieser folgt, wenn
wir die Verkürzung (12) einführen,

$$(18) \quad \frac{\kappa}{1 - \kappa^2} = \frac{K}{\varepsilon \cdot K_1} \cdot \frac{\delta_k}{4} \cdot \frac{1 + \cot^2 \frac{\pi x_1}{\lambda'}}{\cot \frac{\pi x_1}{\lambda'} + \cot \frac{\pi x_2}{\lambda'}} \cdot \psi.$$

9. Der Intensitätsfaktor \mathfrak{A} (vgl. § 3) mißt die Intensität der
Schwingungen im Sekundärsystem, d. h. die Amplitude des Stromes
im Thermokreuz. Das Quadrat dieser Amplitude muß einerseits
proportional zur vom Oszillator aufgenommenen Energie des Sekundär-
systems, andererseits zum Verhältnis der im Thermokreuz verbrauchten
Energie zur Energie des Sekundärsystems sein. Da die vom Oszillator
ausgehende Kraft unabhängig von der Konfiguration des Sekundär-
systems ist, und wir nur mit dem Oszillator abgestimmte Sekundär-
systeme betrachten, ist die aufgenommene Energie umgekehrt pro-
portional zum ψ . Das Verhältnis der im Thermokreuz verbrauchten

1) Die Formel (17) hat den gleichen Inhalt wie die Gl. (74), S. 611 in der
oben zitierten „Physik des Äthers“.

Energie zur Energie des Sekundärsystems ist aber proportional zum δ_r . Das Quadrat des Intensitätsfaktors hat also den Wert

$$(19) \quad \mathfrak{A}^2 = f \cdot \frac{1}{\psi^2},$$

wo f für eine gegebene Welle konstant ist.

Den Integraleffekt I in (4) können wir durch den Ausschlag G an dem (zum Thermokreuz geschalteten) Galvanometer ersetzen. Wird (4) noch durch G und durch das konstante Dekrement γ geteilt, erhält man

$$(20) \quad \delta(\delta + \gamma) = \frac{h}{G \cdot \psi^2}.$$

Bei konstanter Wellenlänge ist h eine Konstante. Werden die Teildekremente gemäß

$$(21) \quad \delta = \delta_k + \delta_T + \delta_B + \delta_0$$

eingeführt, und nennt man den Galvanometerausschlag im Resonanzfalle ohne Kondensator G_1 (erstes Maximum, also $x_1 = x_2 = \frac{\lambda'}{2}$, vgl. (12),

(15) und (16)), hat man, wenn noch der Kürze halber

$$(22) \quad a_0 = \sqrt{(\delta_{T_0} + \delta_{B_0} + \delta_0)(\delta_{T_0} + \delta_{B_0} + \delta_0 + \gamma)}$$

gesetzt wird,

$$(23) \quad a_0^2 = \frac{h}{G_1}.$$

(20) und (23) geben:

$$\delta(\delta + \gamma) = \frac{a_0^2 \cdot G_1}{\psi^2 \cdot G}$$

oder

$$\delta = \sqrt{\frac{a_0^2 G_1}{\psi^2 G} + \frac{\gamma^2}{4}} - \frac{\gamma}{2}.$$

Wenn zur Abkürzung

$$(24) \quad b = \frac{a_0}{\psi} \sqrt{\frac{G_1}{G}}$$

gesetzt wird, erhält man unter Vernachlässigung der Potenzen vierten und höheren Grades von γ :

$$(25) \quad \delta = b + \frac{\gamma^2}{8b} - \frac{\gamma}{2}.$$

Die Gl. (1), (12), (22), (24), (21), (15), (16), (17) und (18) enthalten die Lösung der Aufgabe, x aus dem Verhältnis der Galvanometerausschläge ohne den Kondensator in dem abgestimmten Sekundärsystem bzw. mit demselben zu berechnen. Wir müssen aber noch die Formeln etwas übersichtlicher ordnen und bekommen dann das unten folgende Schema.

10. Formeln zur Berechnung des Absorptionskoeffizienten. Nachdem die Apparatskonstanten

δ_{T_0} = log. Dämpfungsdekrement der Brücke B_1 ,
 δ_{B_0} = " " " " B_2 ,
 δ_0 = " " des Widerstandes der Lecherdrähte,
 γ = " " Oszillators

für eine gegebene Wellenlänge berechnet worden sind (hierüber noch näheres unten), hat man nur noch die Abstände x_1 und x_2 für den Meßkondensator zu ermitteln. Da die richtige Lage der Brücke B_2 dem maximalen Galvanometerausschlag G entspricht, wird dieser gleichzeitig mit x_1 und x_2 bekannt, so wie auch G_1 bei der Messung der halben Wellenlänge λ' sich von selbst ergab. Die Formeln

$$(26) \left\{ \begin{aligned} a_0 &= \sqrt{(\delta_{T_0} + \delta_{B_0} + \delta_0)(\delta_{T_0} + \delta_{B_0} + \delta_0 + \gamma)}, \\ \psi &= \frac{x_1}{\lambda'} + \frac{x_2}{\lambda'} \cdot \frac{1 + \cot^2 \frac{\pi x_2}{\lambda'}}{1 + \cot^2 \frac{\pi x_1}{\lambda'}} + \frac{1}{\pi} \cdot \frac{\cot \frac{\pi x_1}{\lambda'} + \cot \frac{\pi x_2}{\lambda'}}{1 + \cot^2 \frac{\pi x_1}{\lambda'}}, \\ b &= \frac{a_0}{\psi} \sqrt{\frac{G_1}{G}}, \\ g &= b + \frac{\gamma^2}{8b} - \left(\delta_0 + \frac{\gamma}{2} \right), \\ \frac{4\kappa}{1-\kappa^2} &= \frac{K}{\varepsilon K_1} \cdot \frac{1 + \cot^2 \frac{\pi x_1}{\lambda'}}{\cot \frac{\pi x_1}{\lambda'} + \cot \frac{\pi x_2}{\lambda'}} \left[\psi \cdot g - \delta_{T_0} - \delta_{B_0} \cdot \frac{1 + \cot^2 \frac{\pi x_2}{\lambda'}}{1 + \cot^2 \frac{\pi x_1}{\lambda'}} \right] \end{aligned} \right.$$

geben dann den Absorptionskoeffizienten κ .

Mißt man mit dem Kondensator in der Mitte zwischen den Brücken B_1 und B_2 , werden die Formeln vereinfacht. Es ist $x_1 = x_2$ und man braucht nicht die Dekremente δ_{T_0} und δ_{B_0} einzeln zu bestimmen, nur deren Summe F ,

$$F = \delta_{T_0} + \delta_{B_0}.$$

Die Formeln zur Bestimmung von κ werden nun

$$(27) \left\{ \begin{aligned} a_0 &= \sqrt{(F + \delta_0)(F + \delta_0 + \gamma)}, \\ \psi &= \frac{x_1 + x_2}{\lambda'} + \frac{1}{\pi} \sin \pi \frac{x_1 + x_2}{\lambda'}, \\ b &= \frac{a_0}{\psi} \sqrt{\frac{G_1}{G}}, \\ g &= b + \frac{\gamma^2}{8b} - \left(\delta_0 + \frac{\gamma}{2} \right), \\ \frac{4\kappa}{1-\kappa^2} &= \frac{K}{\varepsilon K_1} \cdot \frac{1}{\sin \pi \frac{x_1 + x_2}{\lambda'}} (\psi \cdot g - F). \end{aligned} \right. \quad x_1 = x_2$$

Für ungedämpfte Wellen erhält man im allgemeinen Falle ($x_1 \neq x_2$):

$$\left. \begin{aligned} a_0 &= \delta_{T_0} + \delta_{B_0} + \delta_0, \\ \psi &= \frac{x_1}{\lambda'} + \frac{x_2}{\lambda'} \cdot \frac{1 + \cot^2 \frac{\pi x_2}{\lambda'}}{1 + \cot^2 \frac{\pi x_1}{\lambda'}} + \frac{1}{\pi} \cdot \frac{\cot \frac{\pi x_1}{\lambda'} + \cot \frac{\pi x_2}{\lambda'}}{1 + \cot^2 \frac{\pi x_1}{\lambda'}}, \\ \frac{4\pi}{1-x^2} &= \frac{K}{\epsilon K_1} \cdot \frac{1 + \cot^2 \frac{\pi x_1}{\lambda'}}{\cot \frac{\pi x_1}{\lambda'} + \cot \frac{\pi x_2}{\lambda'}} \left[a_0 \sqrt{\frac{G_1}{G}} - \psi \delta_0 - \delta_{T_0} - \delta_{B_0} \frac{1 + \cot^2 \frac{\pi x_2}{\lambda'}}{1 + \cot^2 \frac{\pi x_1}{\lambda'}} \right] \end{aligned} \right\} \quad (28) \quad \gamma=0$$

11. *Berechnung der verschiedenen Dekremente.* Zu diesem Zweck müssen wir, wenn kein Kondensator im System ist, die Resonanzkurven wenigstens beim ersten ($B_1 B_2 = \lambda'$, Abb. 1) und zweiten ($B_1 B_2 = 2\lambda'$) Maximum zeichnen. Die Formeln von Bjerknes¹⁾ geben uns dann bekanntlich für jede Kurve die Summe 2ω der logarithmischen Dämpfungsdekremente des Oszillators und des Sekundärsystems. Wird die zum ersten Maximum gehörige Summe mit $2\omega_1$, die zum zweiten mit $2\omega_2$ usw. bezeichnet, hat man, da beim ν ten Maximum $x_1 = \frac{\lambda'}{2}$, $x_2 = \frac{\lambda'}{2} + (\nu - 1)\lambda'$ zu setzen sind, nach (12), (15), (16) und (17):

$$(29) \quad \begin{cases} 2\omega_1 = \delta_{T_0} + \delta_{B_0} + \delta_0 + \gamma, \\ 2\omega_2 = \frac{1}{2}(\delta_{T_0} + \delta_{B_0}) + \delta_0 + \gamma, \\ \dots \dots \dots \end{cases}$$

Aus diesen Gleichungen können wir $\delta_{T_0} + \delta_{B_0} = F$ und $\delta_0 + \gamma$ ermitteln. Da δ_0 aus (17) berechnet werden kann, wird auch γ bekannt. Man kann nun meistens $\delta_{B_0} = 0$ annehmen und also mit $\delta_{T_0} = F$ die Formeln (26), (27) oder (28) durchrechnen und also x bekommen. Will man δ_{T_0} und δ_{B_0} einzeln bestimmen, hat man zwei oder mehrere Messungen mit verschiedenem x_1 und demselben Kondensator (am besten ohne Absorption, als Dielektrikum z. B. Paraffin) auszuführen. Setzt man $\delta_{B_0} = F - \delta_{T_0}$ in die letzte der Gl. (26) oder (28), können die beiden unbekannten $\frac{x}{1-x^2}$ und δ_{T_0} direkt oder mittels der Methode der kleinsten Quadrate bestimmt werden.

12. *Berechnung der Höhen der verschiedenen Maxima, wenn kein Kondensator im Sekundärsystem ist.* Die Gl. (26) geben ein-

1) V. Bjerknes, a. a. O.; K. F. Lindman, Acta Acad. Aboensis, Math. et phys. V. Nr. 6. S. 143. 1929. Vgl. auch meine erst zitierte Arbeit S. 92.

fache Formeln zur Bestimmung der Höhe G_v des v ten Maximums, wenn kein Kondensator im Lechersystem ist. Wir haben dann

$$x_1 = \frac{\lambda'}{2}, \quad x_2 = \frac{\lambda'}{2} + (v-1)\lambda', \quad K = x = 0$$

in (26) einzusetzen. Ψ wird einfach gleich v , und da der Faktor vor der Klammer in der letzten Formel wegen (1) endlich ist, muß der Ausdruck in der Klammer Null sein. Die erhaltenen Gleichungen können dann in folgender Form geschrieben werden:

$$(30) \quad \begin{cases} a_0 = \sqrt{(F + \delta_0)(F + \delta_0 + \gamma)}, \\ b^2 - \left(\frac{F}{\nu} + \delta_0 + \frac{\gamma}{2}\right)b + \frac{\gamma^2}{8} = 0, \\ G_v = \frac{a_0^2}{b^2 \nu^2} G_1. \end{cases}$$

Im experimentellen Teil unserer Arbeit werden diese berechneten Galvanometerausschläge mit den gemessenen verglichen.

Messungen

13. Die Apparatur war zunächst dieselbe wie in meiner ersten Arbeit und sei daher hier nur sehr kurz angedeutet. Ein Rukop-Oszillator O (Abb. 2) erzeugte durch induktive Koppelung schwach gedämpfte Wellen im Sekundärsystem L, L' (vgl. auch Abb. 1). Der Integraleffekt der Schwingungen wurde am Galvanometer G , welcher zum Thermokreuz T in der Brücke B_1 geschaltet war, abgelesen. Der Abstand und die Dicke der Drähte waren 11 bzw. 1 mm, der

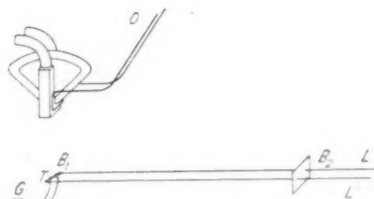


Abb. 2. Schematische Darstellung der früher gebrauchten experimentellen Anordnung

Abstand des Oszillators vom Lechersystem betrug etwa 5 cm. Hervorzuheben ist, daß in dieser ersten Anordnung die induzierende Kraft des Oszillators auf einen erheblichen Teil des Sekundärsystems von B_1 aus einwirken konnte, im Gegensatz zur Wirkungsweise der später verwendeten, in Abb. 3 dargestellten Anordnung.

14. Vergleich der berechneten mit den gemessenen Höhen der Maxima. Die Formeln (30) in 12 wurden zuerst auf vier aufeinanderfolgende Maxima der halben Wellenlänge 21,170 cm geprüft. Die Resonanzkurven sind in meiner ersten Abhandlung abgebildet (Abb. 18, S. 107) und die Ausmessungen derselben daselbst genau

erörtert. Jetzt wollen wir die neue Theorie auf die alten Messungen prüfen. Wir hatten früher gefunden:

$$\lambda' = 21,170 \text{ cm}, \quad \gamma = 0,0170, \quad \delta_0 = 0,0025, \quad F = 0,0101.$$

Von den Galvanometerausschlägen hat man natürlich zuerst den sogenannten Restausschlag (Störungsglied, hier = 0,45 cm) abzuziehen. Die so reduzierten Ausschläge sind in Tab. 1 aufgeführt, wo auch die theoretisch berechneten Ausschläge sich befinden.

Tabelle 1

Höhe des Maximums	G_1	G_2	G_3	G_4
Experimentell . . .	19,02	10,02	6,87	4,62
Berechnet	—	9,87	6,36	4,56

Die berechneten Höhen der Maxima stimmen also gut mit den experimentell erhaltenen überein.

15. *Prüfung früherer Absorptionsmessungen.* In meiner ersten Arbeit wurden einige Absorptionsmessungen nach der „Kurvenausmessungsmethode“ vorgenommen. Der Kondensator war dabei immer inmitten der Brücken, also $x_1 = x_2$. Die Formeln (27) wurden jetzt auf diese Messungen geprüft. Es zeigte sich, daß die neuen Werte gar nicht mit den älteren übereinstimmten, wenigstens wenn die Absorption etwas größer war. So wurde z. B. für Schellack $\alpha = 0,022$ statt 0,072 ($\lambda' = 41,476 \text{ cm}$) gefunden. Die Absorption des Wassers war für $\lambda' = 27,460 \text{ cm}$ jetzt 0,0198 statt 0,1014 usw. Die neuen Werte für den Absorptionskoeffizienten des Wassers stimmten aber in der Größenordnung mit denen von Weichmann¹⁾ und Frankenberger²⁾ gut überein.

Die Ursache dieser Diskrepanzen lag in der Koppelung, wie aus den folgenden Versuchen klar wurde.

16. *Neue Anordnung des Oszillators.* Eine Apparatur wurde jetzt gebaut, bei der die induzierende Kraft des Oszillators nur am äußersten Ende B_1 des Sekundärsystems einwirken konnte (vgl. Abb. 3). Der Oszillator O bestand aus einem vertikalen Paralleldrahtsystem, in dem Schwingungen zwischen dem unten geschlossenen Ende und der beweglichen Brücke B_3 mittels des Rukop-Erregers E erzeugt wurden. Das unterste Ende des Paralleldrahtsystems war zu einer Länge von 1 cm waagrecht orientiert; dieser Teil war außerhalb des Sekundärsystems $B_1 B_2$, und zwischen ihm

1) R. Weichmann, Ann. d. Phys. [5] **66**. S. 501. 1929; Phys. Ztschr. **22** S. 535. 1921.

2) E. Frankenberger, Ann. d. Phys. [5] **1**. S. 948. 1929.

und dem Sekundärsystem erfolgte die Kraftwirkung des Oszillators. Durch Verschieben der Brücke B_3 (E immer in der Nähe von B_3) konnte die Wellenlänge verändert werden. Da der Oszillator jetzt geschlossen war (im Gegensatz zum Oszillator in Abb. 2), konnte sich die erste Oberwelle ziemlich stark ausbilden. Durch ein drittes Paralleldrahtsystem S mit der Widerstandsbrücke B_4 (als Widerstand ein 1,5 cm langer, 0,02 mm dicker Konstantendraht) wurde diese störende Oberwelle entfernt.

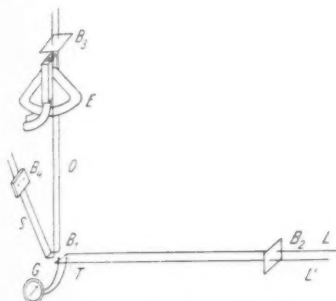


Abb. 3. Schematische Darstellung der benutzten experimentellen Anordnung

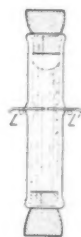


Abb. 4. Der Flüssigkeitskondensator

17. Messung am Propylalkohol. Die oben besprochenen Discrepanzen waren am größten für stark absorbierende Dielektrika. Es wurde deshalb die neue Theorie zuerst am Propylalkohol geprüft. Zwei 0,5 mm dicke, in einem Glasrohr (äußerer Durchmesser 7,85 mm, innerer 5,2 mm) eingeschmolzene Platindrähte bildeten den Kondensator [Abb. 4, die kleinen Kreise L, L' deuten die Lecherdrähte an¹⁾]. Durch den kleinen Durchmesser der Zuleitungsdrähte des Kondensators wurde der von mir früher untersuchte Wirbelstromeffekt (§ 2) vermieden. Die Kapazität des Kondensators wurde gemessen, nachdem derselbe nach der Reihenfolge mit Luft und mit vier Eichflüssigkeiten Drudes²⁾ gefüllt wurde. Die Dielektrizitätskonstanten dieser Flüssigkeiten waren bei herrschender Temperatur 2,26, 5,07, 8,38 und 20,3 bzw., die gemessenen Kapazitäten 0,152, 0,226, 0,393, 0,584 und 1,276. Man bekommt also 5 Gleichungen der Form (3). Die erste Gleichung, der Reihe nach mit den übrigen kombiniert, gibt:

1) Dieser Kondensator wurde schon in meiner ersten Arbeit gebraucht (u. a. O., S. 59, Abb. 13 B).

2) P. Drude, Wied. Ann. 61. S. 496. 1897.

$$\begin{array}{rcl}
 K_0 & = & 0,093 \\
 & & 0,093 \\
 & & 0,093 \\
 & & 0,094 \\
 K_1 & = & 0,059 \\
 & & 0,059 \\
 & & 0,059 \\
 & & 0,058
 \end{array}$$

Die Ballast- und Arbeitskapazitäten waren also konstant. Es wurde nun dieser Kondensator mit Propylalkohol gefüllt und für die halbe Wellenlänge $\lambda' = 35,409$ cm bei drei verschiedenen Lagen des Kondensators die vollständigen Resonanzkurven aufgenommen. Während der Versuche änderte sich die Temperatur nur von 22,6 bis 22,8° C. Die Tab. 2 gibt die Resultate an.

Tabelle 2

$$\begin{array}{l}
 \lambda' = 35,409 \text{ cm}; \quad 2 \omega_1 = 0,0514; \quad 2 \omega_2 = 0,0344; \quad F = 0,0340; \quad \delta_0 = 0,0032; \\
 \gamma = 0,0142; \quad a_0 = 0,0437
 \end{array}$$

x_1	x_2	$\cot \frac{\pi x_1}{\lambda'} + \cot \frac{\pi x_2}{\lambda'}$	Abweich. vom Mittel in %	G	G_1	$\sqrt{\frac{G_1}{G}}$	$\frac{1 + \cot^2 \frac{\pi x_1}{\lambda'}}{\cot \frac{\pi x_1}{\lambda'} + \cot \frac{\pi x_2}{\lambda'}}$	$\delta_{B_2} = 0$ $\frac{\pi}{1 - \kappa^2}$	$\delta_{B_2} = 0$ $\frac{\pi}{1 - \kappa^2}$
28,928	4,123	1,068	- 0,1	0,29	16,34	7,51	3,17	0,247	(0,25)
30,928	3,203	1,042	+ 2,5	0,71	15,6	4,69	6,26	0,278	(0,27)
32,428	2,323	1,091	- 2,4	1,87	14,9	2,82	13,70	0,299	(0,30)
Mittel 1,067								Mittel 0,275	(0,28)

Die dritte und die vierte Spalte der Tabelle zeigen, daß die Konstanz der Cotangentsumme sehr gut ist. Aus dem Mittel 1,067 erhält man $K = 0,975$ und also, da $K_0 = 0,093$, $K_1 = 0,059$,

$$\epsilon = 14,9.$$

Bei der Berechnung der Absorption ist zunächst $\delta_{B_2} = 0$ angenommen. Eine besondere Berechnung von δ_{B_2} ist nämlich in diesem Fall (x_2 klein) schwer, da der Koeffizient von δ_{B_2} sich nur wenig ändert. Wir können aber aus früheren Messungen eine obere Grenze für δ_{B_2} angeben. Die gesamte Dämpfung F der Brücken ist ziemlich groß, da wir das Thermokreuz direkt in die Brücke B_1 geschaltet haben. Früher (in meiner ersten Abhandlung) war das Thermokreuz parallel mit B_1 geschaltet, demnach die gesamte Dämpfung F nur 0,0060 für diese Wellenlänge. Die Dämpfung der Brücke B_2 ist also sicher kleiner als 0,0030. Nimmt man diesen Wert für δ_{B_2} , bekommt man die Werte in der letzten Spalte der Tab. 2. Wie man sieht, ist der Unterschied in Absorption sehr gering. Aus dem Mittel 0,272 bekommt man

$$\kappa = 0,25.$$

Die alte „Kurvenausmessungsmethode“¹⁾ ergab die Zahlen der Tab. 3.

Tabelle 3

2ω	δ_k	$\delta_{H_0} = 0$	$\delta_{H_0} = 0,0030$
		$\frac{x}{1-x^2}$	$\frac{x}{1-x^2}$
0,277	0,231	0,241	0,237
0,177	0,129	0,246	0,241
0,109	0,060	0,238	0,225
		Mittel 0,242	0,234

Im Mittel liefert diese Methode für x den Wert

$$x = 0,23.$$

Die mittels der beiden Methoden erhaltenen Werte stimmen also sehr gut überein.

Abadie²⁾ erhielt für die halbe Wellenlänge $\lambda' = 37,5$ cm $\epsilon' = 11,2$,

$$\frac{\epsilon''}{\epsilon'} = 0,72,$$

entsprechend der verallgemeinerten Dielektrizitätskonstante $\epsilon = \epsilon' - j\epsilon''$. Unsere oben benutzte Bezeichnung ϵ entspricht ϵ' , für x gilt³⁾

$$\frac{2x}{1-x^2} = \frac{\epsilon''}{\epsilon'}.$$

Die Messungen Abadies geben also $x = 0,32$. Die Temperatur war etwa $18-20^\circ$, bei uns aber $22,6-22,8^\circ$ C.

18. Messung am Schellack.

$$\lambda' = 35,039 \text{ cm}$$

$$x_1 = 17,479$$

$$x_2 = 6,763$$

$$G_1 = 16,95$$

$$G = 1,32$$

$$K_0 = 0$$

Die neue Methode ergab $x = 0,0151$, die alte $x = 0,0145$, also auch jetzt eine sehr gute Übereinstimmung. Eine Vergleichung dieser Werte mit denen in § 15 zeigt, daß die neue Methode weniger von den Störungen einer unvorteilhaften Anordnung des Oszillators beeinflusst wird.

Zusammenfassung

In der Meßanordnung von Drude-Coolidge wird eine Methode entwickelt, in welcher der Absorptionskoeffizient des Dielektrikums des Kondensators aus dem Verhältnis der maximalen Gal-

1) Diese sowie die neue Methode werde ich ausführlicher in einer später erscheinenden Abhandlung in den Acta Acad. Aboensis, Math. et phys. behandeln.

2) P. Abadie, a. a. O.

3) Vgl. z. B. J. Malsch, Ann. d. Phys. [5] 19. S. 708. 1934, Gl. (6a) und (6b).

vanometerausschläge ohne den Kondensator im Lechersystem bzw. mit demselben berechnet werden kann. Man braucht hierzu keine anderen Messungen auszuführen als die, die zur Berechnung der Kapazität notwendig sind, *braucht also auch nicht die Resonanzkurve aufzunehmen*, n. b. nachdem die Dekremente des Apparates ein für allemal ermittelt sind.

Die neue Theorie ist frei von den einschränkenden Voraussetzungen der alten „Resonanzkurvenausmessungsmethode“, welche die Konstanz des Bjerknesschen sog. Intensitätsfaktors im Resonanzkurvengebiet annimmt. Meine Methode braucht nur die Maximalausschläge und beachtet außerdem eben den Verlauf des Intensitätsfaktors. Den verschiedenen Voraussetzungen entsprechend geben die beiden Verfahren nur bei einer richtigen Versuchsanordnung übereinstimmende Resultate. *Darin hat man aber ein wertvolles Kriterium auf eine einwandfreie Versuchsanordnung.*

Die Methoden werden u. a. am Propylalkohol geprüft.

Åbo (Finnland), Physikalisches Institut der schwedischen Universität (Akademie).

(Eingegangen 19. Juli 1939)

Untersuchungen über das Verhalten der Höhenstrahlung beim Durchdringen sehr starker Bleischichten*)

Von Ilse Matthes

(Mit 8 Abbildungen)

1. Einleitung

In neuerer Zeit wird allgemein wieder die Ansicht betont, daß die Höhenstrahlung in zwei Komponenten, eine weiche und eine harte, zu zerlegen ist. Dabei wird gewöhnlich angenommen, daß die weiche Komponente aus Elektronen besteht, während über das Wesen der harten Komponente weniger Klarheit herrscht. Auf Grund ihrer außerordentlichen Durchdringungsfähigkeit und der azimutalen Richtungsverteilung hat man vielfach versucht, sie als Protonenstrahlung zu deuten.

Aus seinen theoretischen Überlegungen folgert Bhabha¹⁾ für Protonen der entsprechend hohen Energie eine Wechselwirkung zwischen Protonen und Neutronen. Danach überträgt ein Proton, das auf seinem Wege durch Materie auf ein Neutron trifft, diesem fast seine gesamte Energie, so daß das Neutron mit kaum verminderter Geschwindigkeit und kaum geänderter Richtung den Weg des Protons fortsetzt, bis es selbst auf ein Proton trifft und der umgekehrte Vorgang stattfindet. Auf diese Weise müßte sich nach einem genügend langen Wege durch Materie ein Gleichgewichtszustand zwischen Protonen und Neutronen einstellen.

Werden nun drei Zählrohre 1, 2 und 3 in vertikaler Ebene angeordnet, so ist für einen Protonenstrahl, der Zählrohr 1 in solcher Richtung durchsetzt, daß er auch die beiden anderen Zählrohre treffen müßte, die Wahrscheinlichkeit, Zählrohr 2 zum Ansprechen zu bringen,

$$(\sigma_p + \sigma_n e^{-\sigma q d_1}) \cdot \sigma^{-1},$$

unter der Voraussetzung, daß das Zählrohr auf Protonen 100%ig, auf Neutronen dagegen gar nicht anspricht. Dabei sind σ_p und σ_n die Anzahl der Protonen bzw. Neutronen im Kubikzentimeter, $\sigma \equiv \sigma_p + \sigma_n$, q der Wirkungsquerschnitt für die beiden einander inversen Prozesse, d_1 und d_2 der Abstand zwischen Zählrohr 1 und 2 bzw. 2 und 3.

*) D 11.

Ebenso ist die Wahrscheinlichkeit, daß ein solcher Strahl Zählrohr 3 zum Ansprechen bringt

$$(\sigma_p + \sigma_n e^{-\sigma q (d_1 + d_2)}) \cdot \sigma^{-1}.$$

Die Wahrscheinlichkeit, daß er die Zählrohre 2 und 3 beide zum Ansprechen bringt, ist dagegen

$$(\sigma_p + \sigma_n e^{-\sigma q d_1}) (\sigma_p + \sigma_n e^{-\sigma q d_2}) \cdot \sigma^{-2}.$$

Somit wird das Verhältnis der 3fach-Koinzidenzen 1, 2, 3 zu den 2fach-Koinzidenzen 1, 3

$$\frac{(\sigma_p + \sigma_n e^{-\sigma q d_1}) (\sigma_p + \sigma_n e^{-\sigma q d_2})}{\sigma (\sigma_p + \sigma_n e^{-\sigma q (d_1 + d_2)})}$$

Dieses Verhältnis wird σ_p/σ , wenn $\sigma q d_1 \gg 1$ und $\sigma q d_2 \gg 1$. Es wird 1, wenn $d_1 = 0$ oder $d_2 = 0$. Bhabha ist nun der Meinung, daß Bleistärken von 10 cm, bei denen entsprechende Messungen schon durchgeführt wurden und kein meßbares Ergebnis brachten, nicht genügen, und schlägt vor, die Messungen mit je etwa 50 cm Blei zwischen den Zählrohren zu wiederholen.

II. Vorversuche

Da bei einer derartigen Meßanordnung die zur Verfügung stehenden Intensitäten wegen des großen Abstandes der Zählrohre voneinander sehr klein sind gegenüber den Stoßzahlen der einzelnen Zählrohre, so muß der Verstärker zur Ausbeugung der Koinzidenzen ein besonders gutes Auflösungsvermögen aufweisen.

Es wurden zwei Verstärker, ein 3fach-Koinzidenz- und ein 4fach-Koinzidenzverstärker verwendet, bei denen — wie von Mouzon²⁾ angegeben — die Eingangshochfrequenzpentoden bei niedriger Schirmgitterspannung auf einen gemeinsamen Anodenwiderstand arbeiten.

Das Auflösungsvermögen wurde in der üblichen Art durch Auseinanderlegen der Rohre für 2fach- und 3fach-Koinzidenzen bestimmt. Dabei machten sich bei dem verhältnismäßig guten Auflösungsvermögen die großen Luftschauer störend bemerkbar³⁾. Um diese Schauer möglichst auszuschalten, wurden die Rohre einzeln mit je 10 cm Pb abgeschirmt. Die Bestimmung des Auflösungsvermögens ergab für 2fach-Koinzidenzen $\tau_2 < 2 \cdot 10^{-5}$ sec und für 3fach-Koinzidenzen $\tau_3 < 5 \cdot 10^{-6}$ sec als Mindestwerte.

Weiter mußte als Vorarbeit für die eigentlichen Messungen die absolute Ansprechwahrscheinlichkeit der Zählrohre geprüft werden. D. h., es mußte untersucht werden, inwieweit jeder ein Zählrohr durchsetzende Höhenstrahl dieses zum Ansprechen bringt. Zu diesem Zweck wurden die Zählrohre möglichst dicht übereinandergebracht, so daß

große Koinzidenzintensitäten erzielt werden konnten. Die Messungen ergaben, daß $98.2 \pm 1.3\%$ der 2fach-Koinzidenzen auch als 3fach-Koinzidenzen gezählt wurden. Da aus Vergleichsmessungen mit größerem Abstand der Zählrohre zu schließen war, daß auch bei der benutzten Anordnung noch Schauer wirksam waren, liegt die Ansprechwahrscheinlichkeit der Zählrohre sicher sehr nahe 1.

III. 3fach-Koinzidenzen mit 90 cm Blei zwischen den Zählrohren

Da sich die Schauerstrahlung aus der Umgebung nie ganz ausschalten läßt, wurden, um definierte und reproduzierbare Verhältnisse zu bekommen, die eigentlichen Messungen in einem Fe-Panzer von 10 cm Wandstärke ausgeführt. Der Panzer war 1,35 m hoch und hatte einen leichten Querschnitt von $130 \times 40 \text{ cm}^2$. Die drei Zählrohre waren in je 55 cm Entfernung voneinander in einer senkrechten Ebene in der Mitte des Panzers angeordnet. Bei den Hauptmessungen war zwischen den Zählrohren je ein Absorber von 45 cm Pb angebracht (Querschnitt des Absorbers $60 \times 10 \text{ cm}^2$). Sie wurden so ausgeführt, daß ein Verstärker abwechselnd die 2fach-Koinzidenzen 1, 3 und die 3fach-Koinzidenzen 1, 2, 3 zählte. Die Umschaltungen erfolgten halbbis ganzstündlich, und zwar so, daß für beide Meßreihen zu jedem Zeitpunkt die Gesamtzahl der bis dahin gemessenen Koinzidenzen etwa gleich war, die relative Genauigkeit der beiden Reihen also gleichmäßig anstieg. Auf diese Weise sollten systematische Schwankungen der Höhenstrahlungsintensität möglichst ausgeschaltet werden. Das Verhältnis zwischen 2fach- und 3fach-Koinzidenzen erwies sich innerhalb des statistischen Fehlers konstant, obgleich sich die Messungen über längere Zeit erstreckten. Das insgesamt etwa 265 Std. Meßdauer umfassende Ergebnis ist in Tab. 1 zusammengestellt.

Tabelle 1

2fach- und 3fach-Koinzidenzen mit je 90 cm Pb zwischen den Zählrohren

2 fach-Koi min	3 fach-Koi min	3 fach-Koi 2 fach-Koi
7890 : 7110 = $1,110 \pm 1,1\%$	7493 : 8773 = $0,854 \pm 1,2\%$	0,854 : 1,110 = $0,77 \pm 1,6\%$

Bei den durch den großen Abstand (55 cm) der Rohre bedingten geringen Intensitäten spielen auch die zufälligen Koinzidenzen schon eine gewisse Rolle. Mit den Mindestwerten des Auflösungsvermögens $\tau_2 \leq 2 \cdot 10^{-6} \text{ sec}$ und $\tau_3 \leq 5 \cdot 10^{-6} \text{ sec}$ ergibt sich für die zufälligen Koinzidenzen der 2fach-Koinzidenzmessungen $K_{2z} = 3 \cdot 10^{-2} \text{ Koi/min}$ oder 2,7% des Meßergebnisses, und für die zufälligen Koinzidenzen der

3fach-Koinzidenzmessungen $K_{zs} = 7 \cdot 10^{-4}$ Koi/min oder etwa $1\%_{00}$ des Meßergebnisses. Danach reicht der durch zufällige Koinzidenzen bedingte Fehler bei weitem nicht aus, die Differenz zwischen 2fach- und 3fach-Koinzidenzen zu erklären.

Das Ergebnis der Tab. 1 scheint also die Bhabhasche Vermutung zu bestätigen. Es muß jedoch erst näher untersucht werden, in welcher Weise sich die Sekundärwirkungen der Höhenstrahlung, insbesondere die Schauer, bei der benutzten Anordnung auswirkten.

IV. Schauermessungen

1. Verteilung der Schauer im Panzer

Weitere Messungen sollten deshalb die Zahl der Schauer bestimmen, die bei der gegebenen Anordnung auftraten und ihre räumliche Verteilung im Panzer ermitteln. Zu diesem Zweck wurde das mittlere Zählrohr in horizontaler Richtung so weit parallel verschoben, daß es von Einzelstrahlen, die das obere und das untere Zählrohr durchsetzten, nicht mehr getroffen werden konnte. Da der innere Durchmesser der Zählrohre 4,8 cm betrug, wurde es mindestens 5 cm aus der Achse 1,3 gerückt. Die Messungen sind in Tab. 2 zusammengestellt und in Abb. 1 gezeichnet.

Tabelle 2

Anzahl der Schauerkoinzidenzen in Abhängigkeit von der Lage des mittleren Zählrohres

Horizontalverschiebung von Rohr 2 aus der Achse 1, 3 in cm	Koi/min	Koi/min rechts + links der Achse
5	0,087 $\pm 10\%$	0,141 $\pm 5\%$
5,3	0,064 $\pm 7,5\%$	
6	0,045 $\pm 9\%$	
6,5	0,033 $\pm 15\%$	
13,3	0,022 $\pm 13\%$	0,030 $\pm 11\%$
15	0,023 $\pm 9\%$	
16,7	0,024 $\pm 17\%$	
Rohr 2 außerhalb des Panzers	0,0074 $\pm 18\%$	

Die Werte in der letzten Spalte der Tab. 2 wurden erhalten, indem an Stelle des Zählrohres 2 zwei Zählrohre zu beiden Seiten in angegebenem Abstände von der Achse 1,3 aufgestellt und parallel an ein Eingangsrohr des Verstärkers geschaltet wurden.

Außerdem wurde das Zählrohr 2 auch noch außerhalb des Panzers aufgestellt. Die dabei noch gezählten 0,0074 3fach-Koinzidenzen sind nach obigem Überschlagnur zum Teil als zufällige Koinzidenzen, zum anderen Teil wohl als dieselben ausgedehnten weitreichenden Schauer

zu deuten, die schon die Bestimmung des Auflösungsvermögens erschweren.

Die \times in Abb. 1 geben direkt die Werte aus Tab. 2 wieder. Die \circ dagegen geben die Koinzidenzen je Zentimeter des Durchmessers des Zählrohres 2 wieder. Diese wurden aus den Differenzen der Koinzidenzzahlen bei verschiedenen Stellungen des Zählrohres 2 erhalten, nachdem sie, soweit nötig, auf 1 cm des Durchmessers umgerechnet wurden. Sie geben ein Bild von der Schauerverteilung auch in dem Bereich, in dem direkte

Messungen mit den vorhandenen Zählrohren von 4,8 cm Durchmesser nicht möglich waren, weil diese in den Bereich des normalen Strahlenganges hineingereicht hätten. Das \square ergibt sich aus einer Messung, bei der an Stelle des sonst verwendeten Zählrohres 2, das ebenso wie die Zählrohre 1 und 3 4,8 cm Durchmesser hatte, ein dickeres Zählrohr mit 5,8 cm Durchmesser verwendet wurde. Dieses Zähl-

rohr lag mit seiner Mittelachse ebenfalls genau in der vertikalen Ebene der Zähldrähte der Rohre 1 und 3, stand also nach jeder Seite 0,5 cm aus der Bahn der Strahlen heraus, die die Rohre 1 und 3 auf geradlinigem Wege treffen können. Die Messung mit diesem Zählrohr ergab 82% der gleichzeitig gemessenen 2fach-Koinzidenzen oder 0,056 Koi/min mehr als ein normales (4,8 cm Durchmesser) Zählrohr in der gleichen Lage. Dieser Wert von 0,056 Koi/min ist entsprechend der geometrischen Lage (2,65 cm), die ihm zukommt, mit in die Zeichnung aufgenommen worden. Die gute Einordnung zu den aus Tab. 2 gewonnenen Kurvenpunkten deutet darauf hin, daß es sich auch bei diesen Koinzidenzen im wesentlichen nicht um die schon von vielen Autoren erkannten Schauer handeln kann, die vom Primären herrühren, die gleichzeitig die Rohre 1 und 3 durchsetzen. Denn da in einem solchen Falle der Primärstrahl auch ein normal großes Rohr in Lage 2 zum Ansprechen bringen würde, könnten die 3fach-Koinzidenzen nicht dadurch vermehrt werden, daß das mittlere Rohr durch ein größeres ersetzt wird.

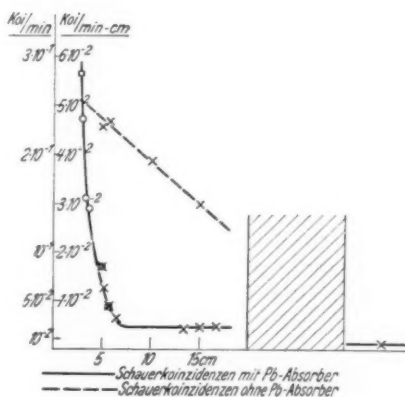


Abb. 1

2. Addierbarkeit der Schauer

Zu dem gleichen Ergebnis führt folgende Meßserie. Es wurde dieselbe Anordnung benutzt wie bei der ersten Meßreihe, nur daß neben das Zählrohr 2, das jetzt als Rohr 2b bezeichnet werde, noch 2 Zählrohre (2a und 2c) im Abstand 5,3 bzw. 15 cm gelegt wurden (Abb. 2). Diese Rohre wurden an dasselbe Eingangsrohr des Verstärkers und

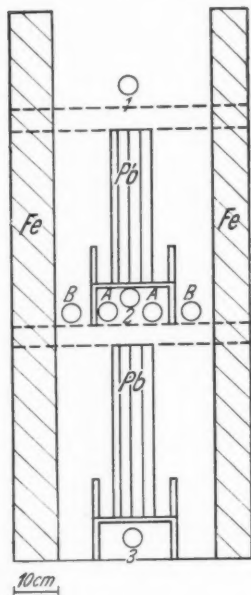


Abb. 2

über denselben Widerstand geschaltet wie das Rohr 2b. Diese Eingangsstufe allein betrachtet zählte so die Einzelstöße aller drei Rohre. Der Verstärker in 3fach-Koinzidenzschaltung zählte also sowohl die „Schauerkoinzidenzen“ 1, 2(a, c), 3 als auch die vertikalen 3fach-Koinzidenzen 1, 2(b), 3, soweit nicht die Schauerkoinzidenzen als gleichzeitiges Ereignis neben den vertikalen Koinzidenzen auftraten. Die starke Erhöhung der Einzelstoßzahl im mittleren Rohraggregat hat nur geringen Einfluß auf die Zahl der Zufallskoinzidenzen, weil die Zahl der 2fach-Koinzidenzen in den beiden äußeren Rohren, die nicht gleichzeitig 3fach-Koinzidenzen sind, sehr klein ist. Mit den neuen Einzelstoßzahlen ergibt sich für die Zufallskoinzidenzen

$$K_{zs} = 8 \cdot 10^{-4} \text{ Koi/min,}$$

also jedenfalls ein vernachlässigbarer Betrag.

Die Messungen wurden ebenso ausgeführt wie die früheren. Es wurden diesmal abwechselnd die 3fach-Koinzidenzen 1, 2 (a, b, c), 3 und die 2fach-Koinzidenzen 1, 3 gemessen und außerdem zum Vergleich Messungen der 3fach-Koinzidenzen 1, 2(b), 3 eingeschaltet.

Tabelle 3

Abstand der Rohre 2a und 2c aus der Achse 1, 3 in cm	3fach-Koinzidenzen			2fach-Koinzidenzen	V Spalte II + III
	I	II	III	IV	
	Koi/min 1, 2 (a, b, c), 3	Koi/min 1, 2(b) 3	Koi/min 1, 2(a, c), 3	Koi/min 1, 3	
A 5,3	$0,963 \pm 1,6\%$	$0,866 \pm 1,5\%$	$0,141 \pm 5\%$	$1,110 \pm 1,1\%$	1,007
B 15	$0,885 \pm 2\%$	$0,849 \pm 2\%$	$0,030 \pm 11\%$	$1,110 \pm 1,1\%$	0,879

Außerdem wurden noch die Schauer-3fach-Koinzidenzen 1, 2(a, c), 3 in jeweils einem längeren Meßgang bestimmt, welche Werte in Tab. 2 mit enthalten sind. Diese Messungen sind in Tab. 3 zusammengestellt.

In Tab. 4 sind die 3fach-Koinzidenzen in Prozent der 2fach-Koinzidenzen ausgedrückt.

Tabelle 4

Stellung	I/IV	II/IV	III/IV	II/IV + III/IV
	1, 2(a, b, c), 3	1, 2(b), 3	1, 2(a, c), 3	
	1, 3	1, 3	1, 3	
A	86%	78%	13%	91%
B	79%	76%	3%	79%

Aus dem Vergleich der Spalten I, II und III geht eindeutig hervor, daß es sich bei den gemessenen [1, 2(a, c), 3]-3fach-Koinzidenzen zum größeren Teile nicht um solche Schauer handeln kann, die gleichzeitig mit den vertikalen 3fach-Koinzidenzen auftreten. Es ist vielmehr zwischen folgenden zwei Vorgängen zu unterscheiden: 1. Die normalen 3fach-Koinzidenzen [1, 2(b), 3] sind auf einzelne Höhenstrahlenteilchen zurückzuführen, die die 90 cm Pb anscheinend unverändert durchdringen. 2. Treten außerdem noch solche Ereignisse auf, bei denen das obere und das untere Zählrohr von ionisierenden Strahlen getroffen werden, das zwischen ihnen liegende Zählrohr 2b dagegen nicht, sondern ein daneben liegendes Rohr 2a oder 2c. Ein Ausfüllen des Panzerquerschnittes mit Zählrohren würde zeigen, ob die gesamte Differenz zwischen den Koinzidenzen 1, 3 und den Koinzidenzen 1, 2(b), 3 auf diese Weise zu erklären ist. Dies war aus technischen Gründen nicht möglich. Aber unter Benutzung der Messungen mit dem 5,8 cm-Durchmesserrohr kann das Ergebnis einer solchen Messung mit ausreichender Sicherheit abgeschätzt werden.

3. Abschätzung des Einflusses der Schauer auf das Ergebnis von III

Abb. 3 gibt die Lage der Zählrohre 2a, b und c in Stellung A mit ihren Horizontalabständen voneinander wieder. (Die geringe Verschiebung des Rohres 2b nach oben war aus technischen Gründen notwendig.) Wie aus der Zeichnung ersichtlich ist, war der Raum zwischen den Rohren 2a und 2c 5,8 cm breit, entsprach also dem Innendurchmesser des oben erwähnten Zählrohres, das in 3fach-Koinzidenzenzschaltung 82% (Ziffer 1) der 2fach-Koinzidenzen 1, 3 lieferte. Rechnet man dazu die 8% Erhöhung der 3fach-Koinzidenzen, die durch das Dazuschalten der Rohre 2a und 2c erreicht wurden (Tab. 4), so sind im Gedankenexperiment bereits 90% der 2fach-Koinzidenzen

V	Spalte
II + III	
1,007	
0,879	

1, 3 als 3fach-Koinzidenzen 1, 2, 3 nachgewiesen, wobei 15,4 cm von den 40 cm lichten Durchmessers des Panzers lückenlos erfaßt sind. Legt man für die restlichen 24,6 cm als Mittelwert das Meßergebnis von Stellung *B* zugrunde, was nach Abb. 1 eine gute Näherung sein dürfte, so sind noch weitere $3 \times 24,6/2 \times 4,8 = 8\%$ (Tab. 2) hinzuzurechnen, insgesamt also 98% nachgewiesen. Es ist demnach zu

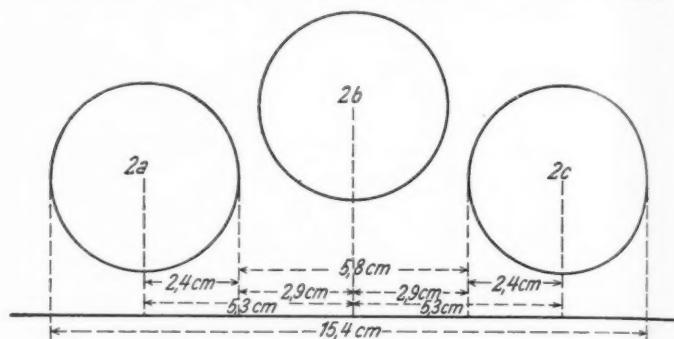


Abb. 3

erwarten, daß bei Ausfüllen des ganzen Panzerquerschnittes mit Zählrohren 98% der 2fach-Koinzidenzen auch als 3fach-Koinzidenzen gemessen werden könnten. Unter Berücksichtigung der Zufallskoinzidenzen, die durch endliches Auflösungsvermögen bedingt sind und nach obigem Überschlag etwa 3% ausmachen dürften, bedeutet das eine vollständige Erfassung der Strahlen.

Die bisherigen Messungen lassen zwei Deutungen zu:

1. 23% (Tab. 4) der durch die Zählrohre 1 und 3 ausgeblendeten Strahlen durchsetzen Zählrohr 2 bzw. 2b als nicht ionisierende Strahlen (Neutronen). Gleichzeitig mit diesen sind aber in der Umgebung des Zählrohres 2 so viel ionisierende Schauerstrahlen vorhanden, daß jeweils mindestens ein in der gleichen horizontalen Ebene gelegenes Zählrohr von einem solchen Schauerstrahl getroffen wird, wenn ein Neutron Zählrohr 2 durchsetzt.

Oder 2. Von den Höhenstrahlen, die durch die 2fach-Koinzidenzen 1, 3 gezählt werden, sind höchstens 77% geradlinig verlaufende Einzelstrahlen, die wegen der geometrischen Anordnung auch Zählrohr 2 durchsetzen. Die übrigen 23% werden durch solche Ereignisse verursacht, bei denen mehr als ein Strahl auftritt und die allgemein als Schauer bezeichnet sein mögen.

Zur ersten Möglichkeit ist zu bemerken, daß nur gerade Neutronen von solchen Schauern begleitet sein sollten. Denn wie aus Tab. 4

ersichtlich ist, würden dann die 22% Strahlen, die Zählrohr 2b als Neutronen durchsetzen, 8% (oder 36% der Neutronen) Schauersstrahlen durch die Rohre 2a und 2c schicken, während die restlichen 78% Strahlen, die Zählrohr 2b als ionisierende Strahlen (Protonen) durchsetzen, nur zu 5% (oder 6,4% der Protonen) von ebensolchen Schauern begleitet sind. Ein solches Verhalten der Neutronen ist nach der Theorie nicht zu erwarten. Die Tatsache, daß die 78% ionisierender Strahlen von einer mäßigen Anzahl Schauer begleitet sind, ist dagegen in vollkommenem Einklang mit der bekannten Erscheinung der Schauer, deren Eigenschaften z. B. mit Hilfe der Rossikurve schon viel untersucht worden sind.

Geht man andererseits von der eher verständlichen Voraussetzung aus, daß Neutronen und Protonen in gleichem Verhältnis von Schauern begleitet sind, so wäre das Verhältnis von Protonen zu Neutronen 5:8 oder $\sigma_p/\sigma = 5/13 = 0,38$. Dann müßten $100 - 23 - 5/8 \cdot 23 = 63\%$ der Höhenstrahlung aus anderen ionisierenden Strahlen bestehen, die keine erhebliche Schauerstrahlung erzeugen.

Um die zweite Deutungsmöglichkeit näher zu diskutieren, sollen erst weitere Versuche beschrieben werden, die über den Strahlengang in diesen Schauern weitere Schlüsse ermöglichen. Es sei jedoch hervorgehoben, daß der überwiegende Teil der Schauerkoinzidenzen in der Nähe des Zählrohres 2b gefunden wurde.

V. 3fach-Koinzidenzen und Schauermessungen ohne Blei

1. 3fach-Koinzidenzen

Um den Einfluß des Bleies bei diesen Messungen zu erkennen, wurden weitere Messungen mit denselben Zählrohranordnungen und in demselben Panzer, aber ohne den Pb-Panzer zwischen den Zählrohren, vorgenommen. Jetzt standen zwei Verstärker zur Verfügung, so daß die 3fach- und die 2fach-Koinzidenzen gleichzeitig gemessen werden konnten. Dabei waren die Zählrohre so an die beiden Verstärker geschaltet, daß von jedem Zählrohr die negativen Stöße durch zwei besondere Kapazitäten von je 25 cm auf die Gitter je einer Eingangspenthode gebracht wurden. Gegebenenfalls wurden wieder an Stelle des Zählrohres 2 drei Zählrohre 2a, b und c parallel geschaltet.

Tabelle 5

2fach- und 3fach-Koinzidenzen ohne Pb

	2fach-Koi min	3fach-Koi min	3fach-Koi 2fach-Koi
ohne Pb . .	$2,48 \pm 1,0\%$	$1,91 \pm 1,2\%$	$0,77 \pm 1,6\%$
mit Pb. . .	$1,110 \pm 1,1\%$	$0,854 \pm 1,2\%$	$0,77 \pm 1,6\%$

Die Intensitäten sind bei diesen Messungen selbstverständlich größer, aber das Verhältnis von 3fach-Koinzidenzen zu 2fach-Koinzidenzen ist überraschenderweise dasselbe (Tab. 5).

2. Schauermessungen

Die Verteilung der Schauer im Panzer ist dagegen eine andere, wie Tab. 6 und Abb. 4 zeigen (zum Vergleich Tab. 2 und Abb. 1).

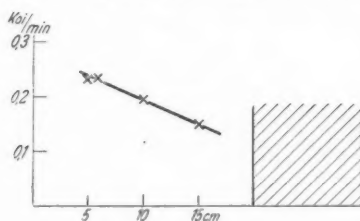


Abb. 4

Tabelle 6

Anzahl der Schauerkoinzidenzen in Abhängigkeit von der Lage des mittleren Zählrohres

Horizontalverschiebung von Rohr 2 aus der Achse 1, 3 in cm	Koi/min	Koi/min rechts + links der Achse
5	$0,228 \pm 3\%$	
5,3		$0,34 \pm 11\%$
6	$0,235 \pm 4\%$	
10	$0,194 \pm 7\%$	
15	$0,152 \pm 7\%$	$0,26 \pm 5\%$

Die Messungen, bei denen an Stelle des Rohres 2 drei Rohre, 2a, b und c, geschaltet waren, ergaben ebenfalls ein ähnliches Bild wie diejenigen mit dem Pb-Absorber zwischen den Zählrohren (Tab. 7) (zum Vergleich Tab. 3 und 4).

Tabelle 7

Abstand der Rohre 2a und 2c aus der Achse 1, 3 in cm	3fach-Koinzidenzen			2fach- Koinzidenzen	V Spalte II + III
	I	II	III	IV	
	Koi/min 1, 2(a, b, c), 3	Koi/min 1, 2(b), 3	Koi/min 1, 2(a, c), 3	Koi/min 1, 3	
A 5,3	$2,21 \pm 1,9\%$		$0,34 \pm 11\%$	$2,58 \pm 1,7\%$ $2,54 \pm 1,6\%$	2,27
B 15	$2,09 \pm 1,3\%$	$1,93 \pm 1,8\%$	$0,26 \pm 5\%$	$2,55 \pm 1,2\%$	2,19

Tabelle 8

Die 3fach-Koinzidenzen in Prozent der 2fach-Koinzidenzen

Stellung	I/IV 1, 2 (a, b, c), 3	II/IV 1, 2 (b), 3	III/IV 1, 2 (a, c), 3	II/IV + III/IV
	1, 3	1, 3	1, 3	
A	86 ⁰ / ₀	76 ⁰ / ₀	18 ⁰ / ₀	94 ⁰ / ₀
B	82 ⁰ / ₀	76 ⁰ / ₀	10 ⁰ / ₀	86 ⁰ / ₀

3. Vergleich zwischen den Messungen mit und ohne Blei

Aus den bisher beschriebenen Messungen (Tabellen 1, 3, 4, 5, 7 und 8) geht hervor, daß sowohl bei den Messungen mit wie bei denen ohne Pb-Absorber zwischen den Zählrohren ein Anteil von etwa 24⁰/₀ der Gesamtintensität aus solchen Strahlen bzw. Strahlengruppen besteht, die zwar ein Zählrohr innerhalb des durch die äußeren Zählrohre ausgeblendeten Strahlenkegels nicht zum Ansprechen bringen, dafür aber ein solches außerhalb desselben. Während dieses Ergebnis für die Messungen ohne Pb leicht auf die bekannte Erscheinung der Schauer zurückgeführt werden könnte, erscheint es für die Messungen mit Pb weniger leicht verständlich, weil den Schauern dann eine sehr große Durchdringungsfähigkeit zugeschrieben werden müßte, die mit den bisherigen Erfahrungen nicht in Einklang zu bringen ist. Denn der Schauer müßte in der Umgebung des Rohres 2 oder noch höher entstehen und hätte nach der Geometrie der Anordnung (Abb. 2) noch 45 cm Pb zu durchdringen, damit auch Zählrohr 3 zum Ansprechen gebracht wird.

VI. Untersuchung auf weiche Schauerstrahlung

Die Verschiedenartigkeit der Schauerverteilung mit und ohne Pb ließ die Vermutung zu, daß der von Rossi⁵⁾ entdeckte und von Geiger, Fünfer, Zeiller, Heidel und Schwegler⁶⁾ näher untersuchte Rückstrahleffekt wesentlichen Einfluß auf die Meßresultate haben könnte. Abb. 5 zeigt, wie der eiserne Träger, der bei den Messungen mit Pb verwendet wurde, und bei denen ohne Pb, um möglichst jede Materie zu vermeiden, fortgelassen wurde, weiche Sekundärstrahlen, die am Boden des Panzers ausgelöst werden können, im einen Falle absorbieren kann, und wie er andererseits auch den Ort für ihre Entstehung bilden kann.

Da nach Messungen von Heidel⁷⁾ u. a. der Rückstrahleffekt an Al vernachlässigbar klein ist gegenüber dem an Fe, wurde die Frage zunächst dadurch geprüft, daß der Boden mit einer 1 cm starken Al-Platte belegt wurde, wodurch die Rückstrahlung um etwa die Hälfte vermindert werden müßte. Auf diese Weise ausgeführte Messungen

mit verschiedener Zählrohranordnung ergaben jedoch keinen merk-
baren Unterschied gegenüber denen ohne Al.

Für eine weitere Meßreihe wurde an Stelle des Fe-Trägers ein kleiner Fe-Panzer von verschiedener Weite um Zählrohr 3 aufgebaut. Auch dieser hatte keinen Einfluß auf die Anzahl der Schauerkoinzidenzen in verschiedenen Stellungen.

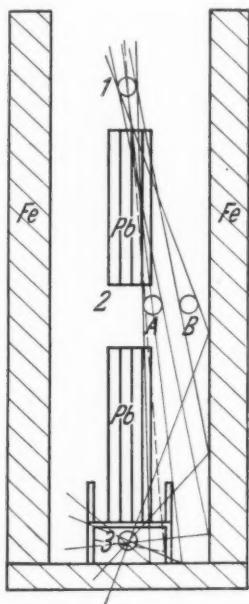


Abb. 5

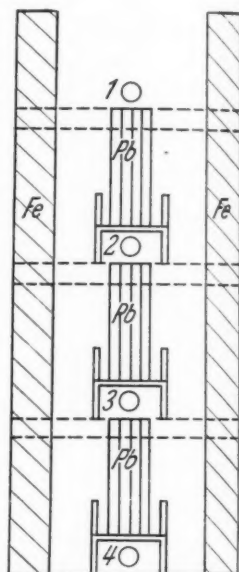


Abb. 6

VII. 4'fach-Koinzidenzen.

Zerlegung in gradlinige Strahlen und Schauer

1. In vertikaler Anordnung

Da die nähere Umgebung des Zählrohres 3 offenbar keinen wesentlichen Einfluß auf die beobachteten Erscheinungen hat (Abschnitt VI), können weiche Strahlen aus der Umgebung dieses Zählrohres nicht zur Deutung des Effektes herangezogen werden. Wenn er trotzdem auf Schauer zurückgeführt werden soll, müssen diese also aus sehr durchdringungsfähigen Strahlen bestehen, die zumindest einen Teil des 90 cm starken Pb-Absorbers zu durchsetzen vermögen. Aus der Winkelverteilung der Schauer besonders bei den Messungen mit Pb-Absorber

ist zu schließen, daß diese Art von Strahlen auch einen beträchtlichen Anteil der 3fach-Koinzidenzen ausmachen, wenn die 3 Rohre in einer Achse angeordnet sind, bei der Anordnung also, deren 3fach-Koinzidenzen wir bisher als von geradlinig verlaufenden Primärstrahlen allein herrührend angesehen haben. Es würde sich dann um Schauer mit sehr kleinem Divergenzwinkel handeln. Um diese Verhältnisse näher zu untersuchen, wurde eine 4fach-Koinzidenzanordnung so aufgebaut, daß dieselbe Pb-Dicke, die vorher auf die beiden Zählrohrabstände 1, 2 und 2, 3 gleichmäßig verteilt war, jetzt in den 3 Zählrohrabständen 1, 2; 2, 3 und 3, 4 gleichmäßig verteilt untergebracht werden konnte. Dazu mußte der Abstand zwischen dem obersten (1) und dem untersten (4) Zählrohr von 110 cm auf 120 cm vergrößert werden (Abb. 6), wodurch die Intensitäten etwas herabgesetzt, im wesentlichen aber nichts geändert wurde.

In dieser Anordnung wurden sowohl ohne wie mit Pb-Absorber die 2fach-Koinzidenzen 1, 4 gemessen und gleichzeitig abwechselnd die 3fach-Koinzidenzen 1, 2, 4 und 1, 3, 4 und die 4fach-Koinzidenzen 1, 2, 3, 4. Tab. 9 zeigt die Intensitäten der 3fach- und 4fach-Koinzidenzen im Verhältnis zu den 2fach-Koinzidenzen. Die Intensität der 2fach-Koinzidenzen 1, 4 betrug dabei $2,041 \pm 6\%$ Koi/min ohne Absorber und $0,891 \pm 7\%$ Koi/min mit Absorber.

Tabelle 9

3fach- und 4fach-Koinzidenzen im Verhältnis zu den 2fach-Koinzidenzen

$B_2 = \frac{1, 2, 4}{1, 4}$	$B_3 = \frac{1, 3, 4}{1, 4}$	$C = \frac{1, 2, 3, 4}{1, 4}$	
$0,755 \pm 1,7\%$ $0,768 \pm 0,7\%$	$0,750 \pm 1,6\%$ $0,764 \pm 0,5\%$	$0,686 \pm 0,9\%$ $0,681 \pm 1,6\%$	ohne Pb mit Pb

Diese Methode, die 3fach- und 4fach-Koinzidenzen grundsätzlich gleichzeitig mit den 2fach-Koinzidenzen zu messen und in Bruchteilen von diesen auszudrücken, hat erstens den Vorteil, daß dadurch alle Schwankungen der Höhenstrahlungsintensität, wie sie etwa durch den Barometereffekt und magnetische Störungen entstehen, für den Vergleich der einzelnen Werte ausgeschaltet werden und zweitens, daß diejenigen 2fach-Koinzidenzen, die nicht auch 3fach- bzw. 4fach-Koinzidenzen sind, praktisch direkt gezählt werden, also nicht als Differenz zweier mit statistischem Fehler behafteten Werte gewonnen werden. Dadurch ist die Genauigkeit ihrer Messung erheblich verbessert, was dann von Vorteil ist, wenn wie im folgenden gerade aus ihrer Anzahl Schlüsse gezogen werden müssen.

Aus Tab. 9 ist erstens zu ersehen, daß sich die Koinzidenzen 1, 2, 4 von den Koinzidenzen 1, 3, 4 meßbar nicht unterscheiden, die Abstände des mittleren Zählrohres zwischen den beiden äußeren, also ohne Einfluß auf die Zahl der 3fach-Koinzidenzen ist. Weiter zeigt die Tabelle, daß noch ein erheblicher Teil der 3fach-Koinzidenzen nicht als 4fach-Koinzidenzen nachgewiesen werden können. Dadurch wird die Vermutung bestätigt, daß noch ein erheblicher Teil der 3fach-Koinzidenzen nicht auf geradlinig verlaufende Einzelstrahlen zurückzuführen ist. Mit den von der 4fach-Koinzidenzanordnung gelieferten Werten läßt sich nun die Zahl der Schauer von der der Primärstrahlen, d. h. der geradlinig durch alle Rohre hindurch gegangenen Strahlen, trennen. Die Zahl der Primären, die geradlinig die Zählrohre 1—4 durchsetzen, sei N und die Zahl der Schauer, die die Zählrohre 1 und 4 zum Ansprechen bringen, sei N' , dann ist die Zahl der 2fach-Koinzidenzen 1, 4

$$(1) \quad A = N + N', \text{ die } = 1 \text{ gesetzt sei.}$$

Bezeichnet man weiter die Wahrscheinlichkeit, daß auch Zählrohr 2 bzw. 3 von einem Schauer, der die Rohre 1 und 4 trifft, getroffen wird, mit w , so sind unter Berücksichtigung der Tatsache, daß $B_2 = B_3 = B$ (Tab. 9)

$$(2) \quad \text{die Zahl der 3fach-Koinzidenzen } B = N + N' w,$$

$$(3) \quad \text{die Zahl der 4fach-Koinzidenzen } C = N + N' w^2.$$

Aus diesen drei Gleichungen lassen sich N , N' und w aus den gemessenen Werten für B und C bestimmen (Tab. 10).

Tabelle 10

N	N'	w	
$0,66 \pm 0,02$	$0,34 \pm 0,02$	$0,27 \pm 0,03$	ohne Pb
$0,63 \pm 0,02$	$0,37 \pm 0,02$	$0,36 \pm 0,04$	mit Pb

Gegen obigen Ansatz ist allerdings einzuwenden, daß die benutzte Definition der Treffwahrscheinlichkeit nur zulässig ist, wenn nicht zwei Rohre der Anordnung von ein und demselben Strahl des Schauers getroffen werden können. Diese Bedingung ist nach der Geometrie der Anordnung nicht erfüllt. Würden die Schauerkoinzidenzen z. B. dadurch entstehen, daß ein Primärstrahl zwei bzw. 3 nebeneinanderliegende Rohre trifft und das dritte bzw. vierte Rohr durch einen von ihm ausgelösten Schauerstrahl zum Ansprechen gebracht wird, so würden die obigen Folgerungen in der Tat zu falschen Schlüssen führen. Darum wurde die folgende Kontrollmessung ausgeführt, die obige Resultate bestätigt.

2. In Schaueranordnung

Es wurden die Rohre 2 und 3 je 5,3 cm, aber nach links und rechts in horizontaler Richtung aus ihrer Normallage gerückt. Auch hier wurden die 3fach- und 4fach-Koinzidenzen gleichzeitig mit den 2fach-Koinzidenzen 1, 4 gemessen. Die 3fach- und 4fach-Koinzidenzen geben jetzt nur die Zahl der Schauer ohne die Primärstrahlen an. Bei dieser Anordnung war es nicht möglich, daß ein einzelner Strahl drei Rohre traf. Auch der Vorgang, daß je zwei Strahlen zwei Rohre trafen, war sehr unwahrscheinlich, da der Winkel zwischen den beiden Strahlen dann einerseits sehr klein, ihre Richtung andererseits nicht vertikal angenommen werden müßte. Die bei diesen Messungen erhaltenen Werte für die 3fach- und 4fach-Koinzidenzen, die Zahl der Koinzidenzen 1, 4 gleich 1 gesetzt, gibt Tab. 11 an.

Tabelle 11

	$b = \frac{3\text{fach-Koi}}{2\text{fach-Koi}}$	$c = \frac{4\text{fach-Koi}}{2\text{fach-Koi}}$	
ohne Pb	$0,102 \pm 2\%$	$0,031 \pm 6\%$	Rohr 2 und 3 nach rechts und links aus dem Hauptstrahlengang gerückt
mit Pb	$0,055 \pm 5\%$	$0,0047 \pm 14\%$	
" "	$0,051 \pm 7\%$	$0,015 \pm 9\%$	Rohr 2 und 3 nach der gleichen Seite aus dem Hauptstrahlengang gerückt
" "		$0,003 \pm 20\%$	Rohr 3 außerhalb des Panzers

Nach obigem Ansatz ist $b = N'w$ und $c = N'w^2$ zu setzen. Daraus ergeben sich die Werte der Tab. 12 für N' und w , die für die Messungen ohne Pb gut mit denen aus Tab. 10 übereinstimmen. Sie sind jedoch nur als Kontrolle zu bewerten, da einerseits die Treffwahrscheinlichkeit für die aus der Achse gerückten Rohre kleiner sein wird als für die Rohre in Normallage, wie Abb. 4 und Tab. 6 zeigen, andererseits bei den zuletzt beschriebenen Messungen auch die Schauer mitgezählt wurden, die als Sekundäreffekte der durch die Rohre 1 und 4 ausgeblendeten Primären anzusehen sind.

Tabelle 12

	N'	w	
ohne Pb	$0,34 \pm 0,03$	$0,30 \pm 0,03$	Rohr 2 und 3 nach rechts u. links gerückt
mit Pb	$0,64 \pm 0,16$	$0,085 \pm 0,02$	" 2 " 3 " " " " "
" "	$0,23 \pm 0,05$	$0,24 \pm 0,04$	Rohr 2 und 3 nach derselben Seite gerückt

Wie Tab. 7 zeigt, ist ihre Zahl rund 0,1 Koi/min, nämlich die Differenz zwischen Spalte V und Spalte I. Für die Messungen mit Pb

zwischen den Rohren sind diese die Kontrolle störenden Effekte erheblich größer (Tab. 2, Abb. 1 und Tab. 3). Trotzdem reichen sie auf den ersten Blick kaum aus, um die sehr erhebliche Diskrepanz zwischen den Werten der Tab. 12 und denen der Tab. 10 zu erklären. Beachtet man jedoch die Steilheit der Kurve Abb. 1, so erscheint das Ergebnis der letzten Messung nicht so sehr verwunderlich. Vielmehr deutet die geringe Zahl der 4fach-Koinzidenzen bei dieser Anordnung darauf, daß der einzelne Schauer nicht gleichmäßig nach beiden Seiten streut, sondern sich nur entweder nach rechts oder nach links über wenige Grade erstreckt. Deshalb wurde die Versuchsreihe mit Pb bei sonst gleicher Anordnung wiederholt, wobei jedoch Rohr 2 und Rohr 3 nach der gleichen Seite um 5,3 cm aus dem Strahlengang gerückt wurden (Tab. 11). Bei den sehr geringen Intensitäten der so erhaltenen 4fach-Koinzidenzen ist ein Nulleffekt zu berücksichtigen, der auftritt, wenn eins der mittleren Rohre außerhalb des Panzers aufgestellt wird und der auf die oben erwähnten ausgedehnten, durchdringenden Schauer zurückzuführen ist. Die so gewonnenen Werte für N' und n (Tab. 12) stimmen unter Berücksichtigung der statistischen und der systematischen Fehlerquellen (Winkelverteilung) genügend gut mit den zu erwartenden (Tab. 10) überein, so daß auch für die Anordnung mit Pb die Deutung durch durchdringungsfähige Schauer nicht widerlegt ist.

VIII. Zusammenfassende Diskussion

1. Deutung der 4fach-Koinzidenzmessung im Sinne der Theorie der Wechselwirkung zwischen Protonen und Neutronen

Die Ergebnisse der vertikalen 4fach-Koinzidenzanordnung lassen sich auch im Sinne des Bhabhaschen Mechanismus deuten. In Abschnitt IV, 3 wurde auf Grund dieser Theorie aus der Zahl der Schauer geschlossen, daß 37% der primären Höhenstrahlung aus einem von zahlreichen Schauern begleiteten Gemisch von Protonen und Neutronen in Wechselwirkung besteht, in dem der Anteil der Protonen etwa 40% ausmacht, die übrigen 63% jedoch anderer Natur sind und keine Schauer erzeugen. Dann wird die Wahrscheinlichkeit, daß vier Zählrohre von ionisierenden Strahlen getroffen werden, kleiner sein als die, daß deren drei getroffen werden. Entsprechend den Überlegungen in Abschnitt I und mit denselben Bezeichnungen wie dort wird die Wahrscheinlichkeit für eine 3fach-Koinzidenz in diesem Falle

$$(\sigma_p + \sigma_n e^{-\sigma q d_1})(\sigma_p + \sigma_n e^{-\sigma q (d_2 + d_3)}) \cdot \sigma^{-2}$$

bzw.

$$(\sigma_p + \sigma_n e^{-\sigma q (d_1 + d_2)})(\sigma_p + \sigma_n e^{-\sigma q d_3}) \cdot \sigma^{-2},$$

für eine 4fach-Koinzidenz dagegen

$$(\sigma_p + \sigma_n e^{-\sigma q d_1})(\sigma_p + \sigma_n e^{-\sigma q d_2})(\sigma_p + \sigma_n e^{-\sigma q d_3}) \cdot \sigma^{-3},$$

während die Wahrscheinlichkeit für eine 2fach-Koinzidenz jetzt

$$(\sigma_p + \sigma_n e^{-\sigma q (d_1 + d_2 + d_3)}) \cdot \sigma^{-1}$$

zu schreiben ist, wobei d_1 , d_2 und d_3 die Abstände der Rohre 1 und 2, 2 und 3 und 3 und 4 bedeuten.

Für $\sigma q d_1 \gg 1$, $\sigma q d_2 \gg 1$ und $\sigma q d_3 \gg 1$ wird das Verhältnis der 3fach-Koinzidenzen ebenfalls

$$\frac{K_{1,2,4}}{K_{1,4}} = \frac{K_{1,2,4}}{K_{1,4}} = \frac{\sigma_p}{\sigma},$$

während das Verhältnis der 4fach-Koinzidenzen zu den 2fach-Koinzidenzen $\frac{K_{1,2,3,4}}{K_{1,4}} = \left(\frac{\sigma_p}{\sigma}\right)^2$ wird. Diese Beziehungen gelten nur für denjenigen Anteil der Höhenstrahlung, der aus einem Gemisch von Protonen und Neutronen in Wechselwirkung besteht und der in Abschnitt IV, 3 auf 37% geschätzt wurde. Für die gesamte primäre Höhenstrahlung gilt dann unter Verwendung der Bezeichnungen der Tab. 9 (mit $B_2 = B_3 = B$):

$$K + \frac{\sigma_p}{\sigma}(1 - K) = B$$

$$K + \left(\frac{\sigma_p}{\sigma}\right)^2(1 - K) = C,$$

wobei K der unverändert durch das Pb hindurchgehende Anteil der Höhenstrahlung ist. Mit den Werten der Tab. 9 für B und C ergeben sich $\frac{\sigma_p}{\sigma} = 0,36$ und $K = 0,63$.

Bei dieser letzten Überlegung ist nicht wie in Abschnitt IV, 3 eine Voraussetzung über die die primäre Höhenstrahlung begleitenden Schauer gemacht, sondern es werden nur die aus der Wechselwirkung zwischen Protonen und Neutronen sich ergebenden Ansprechwahrscheinlichkeiten benutzt und ein weiterer, nicht an der Wechselwirkung beteiligter Anteil der Höhenstrahlung angenommen. Wenn beide Überlegungen zu so gut übereinstimmenden Resultaten führen, so spricht das auch für die Richtigkeit der Voraussetzungen über die Schauererzeugung. Wenn sich also die Theorie über die Wechselwirkung von Protonen und Neutronen in der Höhenstrahlung bestätigen sollte, so ist weiter zu schließen, daß diese Protonen und Neutronen im gleichen Verhältnis von Schauern begleitet sind und daß der restliche Anteil der Höhenstrahlung, der etwa aus schweren Elektronen

bestehen könnte, nicht oder nur sehr unwesentlich an der Schauererzeugung beteiligt ist.

Das Ergebnis der Messungen ohne Pb, das sowohl für 3fach- wie für 4fach-Koinzidenzen fast ebenso ausgefallen ist wie mit Pb, kann jedoch nicht im Sinne dieser Theorie gedeutet werden. Wenn nämlich entgegen der Bhabhaschen Berechnung schon $d = 40$ cm Luft genügen, um die Bedingung $\sigma q d \gg 1$ zu erfüllen, hätten die von Bhabha¹⁾ angeführten Clayschen Messungen mit $d = 10$ cm Pb auch zu einem meßbaren Ergebnis führen müssen. Es bleibt nur die Erklärung, daß bei den Messungen ohne Pb in der in Abschnitt VII ausgeführten Weise Schauer wirksam sind, die zufällig für die verwendeten geometrischen Verhältnisse das Verhältnis zwischen 3fach- und 2fach-Koinzidenzen und zwischen 4fach- und 2fach-Koinzidenzen ebenso beeinflussen wie die Wechselwirkung zwischen Protonen und Neutronen in schwerer Materie.

2. Folgerungen im Sinne der Schauertheorie

Andererseits besteht die Möglichkeit, auch das Ergebnis der Messungen mit Pb durch Schauer zu erklären. Als Grundlage für die Auswertung der 4fach-Koinzidenzmessungen war in Abschnitt VII eine Zerlegbarkeit der Gesamtintensität in geradlinig verlaufende Einzelstrahlen und Schauer vorausgesetzt. Diesen Schauern sind dann allerdings drei charakteristische Eigenschaften zuzuschreiben, die sie von den bereits bekannten Schauertypen unterscheiden.

a) Winkeldivergenz

Die Schauer streuen über einen nur sehr kleinen Winkelbereich, wie Abb. 1 und Tab. 11 zeigen. Nach Messungen von Held^{6a)} liegt für weiche Schauer das Maximum der Schauerhäufigkeit bei einem Winkel von 20° zwischen den einzelnen Schauerstrahlen. Bei den vorliegenden Messungen ist die Treffwahrscheinlichkeit auf Schauer schon bei dem Winkel von nur $5,5^\circ$ nach beiden Seiten aus der Vertikalen sehr gering (Tab. 12). Sie ist in dieser Anordnung 35% von derjenigen, bei der die beiden Rohre nach einer Seite aus dem Hauptstrahlengang herausgerückt sind. Dieses Ergebnis steht im Einklang mit der Kurve (Abb. 1), die für 3fach-Koinzidenzen die Schauerhäufigkeit in Abhängigkeit von dem Winkel zwischen der Vertikalen und dem Schauerstrahl angibt. Dagegen zeigt sich keine Übereinstimmung zwischen dieser Kurve und den letzten Messungen (Tab. 12, Zeile 3). Nach Abb. 1 wäre eine viel stärkere Abnahme der Treffwahrscheinlichkeit zu erwarten, als nach Tab. 10 und 12 gefunden wurde. Diese Diskrepanz deutet darauf hin, daß ein großer Teil ebenfalls gestreuter Strahlen

die Zählrohre 1—4 noch sämtlich treffen und so als geradlinig verlaufend im Sinne obiger Zerlegung gezählt werden. Es sind deshalb weitere Versuche geplant, bei denen der Durchmesser der benutzten Zählrohre variiert werden soll, um den Einfluß der Zählrohrdimensionen auf das Verhältnis zwischen geradlinigen und Schauerstrahlen zu ermitteln und weitere Aussagen über die Winkel zu ermöglichen. Diese Messungen werden dann wahrscheinlich auch einen endgültigen Entscheid liefern, ob im Pb Schauer oder Wechselwirkungen zwischen Protonen und Neutronen wirksam sind.

b) Durchdringungsfähigkeit

Nach diesen Überlegungen über die Winkeldivergenz ist es nicht möglich, aus den vorliegenden Messungen auf den Absorptionskoeffizienten der Schauerstrahlung zu schließen, denn der Einfluß der Zählrohrdimensionen wird für die Messungen mit Pb größer sein als für die ohne Pb. Damit entfällt der sich zuerst aufdrängende Schluß, daß die geradlinigen und die gestreuten Strahlen in gleichem Maße absorbiert werden müßten, ein Schluß, der auch deshalb befremdet, weil bei den Messungen ohne Pb die weiche Komponente der Höhenstrahlung nicht ausgeschaltet war. Es ist geplant, die Messungen über den Einfluß der Materie auf die Streuung dahin zu ergänzen, daß auch leichtere Absorbermaterialien benutzt werden sollen. Wenn sich ein Absorptionskoeffizient für die Schauerstrahlung auch noch nicht angeben läßt, so ist sie jedenfalls sehr viel durchdringungsfähiger, als dies bisher von Schauern angenommen wurde. Zwischen dem obersten und dem untersten Rohr lagen 90 cm Pb, und selbst, wenn der primäre, schauerauslösende Strahl die Rohre 1 und 2 zum Ansprechen brächte, müßte der Schauer noch 60 cm Pb durchdringen, um die Rohre 3 und 4 zu treffen.

c) Anzahl der Schauerstrahlen

Aus den Überlegungen Abschnitt IV, 3 geht hervor, daß für jede 2fach-Koinzidenz zwischen den beiden äußeren Rohren, die nicht zugleich mit dem mittleren koinzierte, außerhalb des ausgeblendeten Strahlenbündels ein ionisierender Strahl gefunden wurde. Andererseits zeigt diese Betrachtung auch, daß die Zahl der Schauerstrahlen je Schauer nicht viel größer als 1 sein kann, da sonst die Addition der verschiedenen 3fach-Koinzidenzen mehr als 100% der 2fach-Koinzidenzen hätte ergeben müssen. Auch das Ergebnis der Tab. 11, Zeile 2 steht mit dieser Anschauung im Einklang, denn es besagt, daß die Zahl der Schauer, die nach beiden Seiten aus der Vertikalen um einen beträchtlichen Winkel streuen, sehr gering ist. Diese Überlegungen

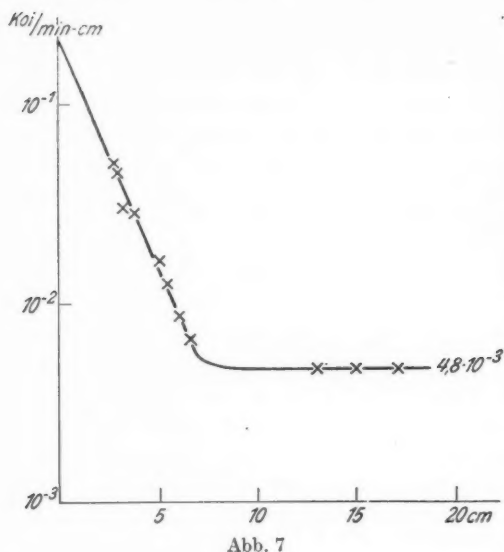


Abb. 7

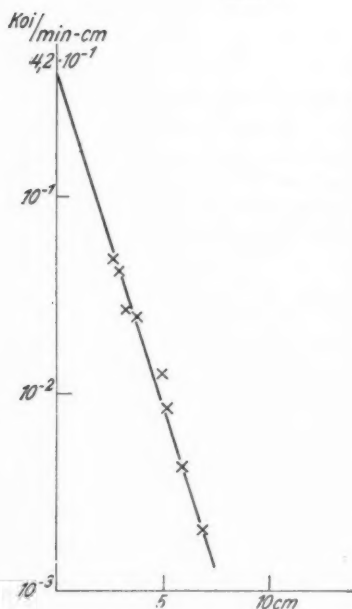


Abb. 8

sagen jedoch nichts aus über die Zahl der Strahlen in denjenigen Schauern, die mit der 4fach-

Koinzidenzanordnung auch innerhalb des ausgeblendeten Strahlenbündels gefunden wurden.

Es soll nun versucht werden, mit Hilfe der Abhängigkeit der Treffwahrscheinlichkeit von der Winkeldivergenz, die für den Bereich außerhalb des ausgeblendeten Strahlenbündels durch

Abb. 1 wiedergege-

ben wird, auch hierüber Aussagen zu ermöglichen. In Abb. 7 ist dieselbe Kurve noch einmal logarithmisch aufgetragen. Sie zeigt, daß die Treffwahrscheinlichkeit je Zentimeter Zählrohrdurchmesser von 2,9 bis etwa 7 cm exponentiell mit der Entfernung aus der vertikalen Achse abnimmt und dann in einen konstanten Wert übergeht. In Abb. 8 ist dieser erste Teil nochmals wiedergegeben, jedoch nach Abzug des konstanten Wertes. Die Treffwahrscheinlichkeit gehorcht demnach im Bereich $s=2,9$ cm bis $s=7$ cm einem Gesetz von der Form $w = Ne^{-\lambda s}$, worin $N=0,42$ und $\lambda=0,767$. Wird die Gültigkeit dieses Gesetzes auch für $s=0$ bis $s=2,9$ cm vorausgesetzt, so ergibt

die Integration $W_e = 2 \int_0^\infty w \cdot d s = 2 \int_0^\infty N e^{-\lambda s} \cdot d s = 0,64$ die Gesamtzahl

der Schauerstrahlen je 2fach-Koinzidenz, deren Verteilung obigem Gesetz gehorcht. Zählt man dazu noch den konstanten Teil der Treffwahrscheinlichkeit ($4,8 \cdot 10^{-3}$ Koi/min⁻¹ cm⁻¹) für den gesamten Panzerquerschnitt (40 cm) hinzu, also $W_k = 4,8 \cdot 10^{-3} \cdot 40 = 0,19$, so erhält man das Gesamtintegral über die Treffwahrscheinlichkeit $W = W_e + W_k = 0,83$. Dieses ist durch die Zahl der Schauer je 2fach-Koinzidenz $N' = 0,37$ (Tab. 10) zu dividieren, um die Anzahl der Schauerstrahlen je Schauer zu erhalten, also $N/\text{Schauer} = 2,2$. Da nach Abschnitt a) sehr wahrscheinlich $N' > 0,37$, dürfte dieser Wert für $N/\text{Schauer}$ eher zu groß sein. Die Zahl der ionisierenden Strahlen im Schauer, die die horizontale Ebene des Zählrohres 2 durchsetzen, ist demnach für jeden einzelnen Schauer ≥ 1 , im Mittel jedoch $\leq 2,2$.

d) Vergleich mit Ergebnissen anderer Autoren

Rossi⁸⁾ fand bei einer Anordnung, die der zuerst benutzten 3fach-Koinzidenzanordnung sehr ähnlich war, bei der er jedoch nur die 3fach-Koinzidenzen in vertikaler Anordnung der 3 Zählrohre (a) und in einer Anordnung mit einer geringen Verschiebung des mittleren Rohres aus der Vertikalen (b) ein ähnliches Meßergebnis, nämlich $b/a = 10\%$. Diese Anordnung diente ebenfalls dazu, zu prüfen, ob die Höhenstrahlung als Einzelstrahlen so starke Materieschichten wie 90 cm Pb zu durchdringen vermögen. Rossi deutete sein Ergebnis dahin, daß die 10% als gewöhnliche Schauer anzusehen sind und im übrigen jeder einzelne Strahl die 90 cm Pb durchdringt. Sein Ergebnis könnte jedoch ebenso gut sowohl im Sinne der Bhabha'schen Wechselwirkungstheorie wie im Sinne der Schauertheorie gedeutet werden, wenn obige Voraussetzungen über die Eigenschaften der Schauer gemacht werden.

Wasiutyńska und Wertenstein⁹⁾, die inzwischen die Bhabha'sche Theorie mit Hilfe von zwei Arten von 4fach-Koinzidenzen geprüft haben, finden eine sehr kleine, und eher der erwarteten entgegengesetzte Differenz, was nach vorliegenden Messungen verständlich ist, da sie — nach ihrer Zeichnung zu schließen — mit ähnlichen Zählrohrdimensionen gearbeitet haben und sich dann bei gleichem Abstand der Zählrohre voneinander kein wesentlicher Einfluß des Bleies zeigt.

e) Vergleich mit den theoretischen Ergebnissen über Schauer

Was für ein Mechanismus der Streuung zugrunde liegen könnte, läßt sich nicht ohne weiteres entscheiden. Die gewöhnlichen Kaskaden-

schauer nach der Multiplikationstheorie von Bhabha und Heitler¹⁰⁾ und von Carlson und Oppenheimer¹¹⁾ können zur Erklärung nicht herangezogen werden, da sie sich nicht über Bleischichten der verwendeten Stärke auswirken können.

Eher könnten die Explosionsschauer, die Euler¹²⁾ und Euler und Heisenberg¹³⁾ zur Erklärung der Hoffmannschen Stöße hinter dicken Materieschichten heranziehen, auch den hier beobachteten Effekt hervorrufen. Wenn bei diesen Explosionen vorwiegend schwere Elektronen oder auch Protonen und Neutronen entstehen, so können einzelne dieser sekundären Teilchen die geforderten Reichweiten haben, wenn auch ihre mittlere Reichweite nach den Messungen über Hoffmannsche Stöße erheblich kleiner angenommen werden muß. Euler und Heisenberg sprechen die Erwartung aus, daß bei den Explosionsschauern wegen ihrer großen Gesamtenergie kleine Winkeldivergenzen bevorzugt sind und weisen in diesem Zusammenhang auf die von Bothe und Schmeiser¹⁴⁾ gefundene Spitzwinkligkeit der Schauer im zweiten Maximum der Rossikurve hin. Da bei der benutzten Anordnung (90 cm Pb zwischen den Zählrohren) nur die energiereichsten unter den Explosionsschauern erfaßt werden können, würde die außerordentlich kleine Winkeldivergenz in diesem Rahmen verständlich erscheinen.

Die geringe Anzahl der Strahlen je Schauer scheint jedoch eher mit der Deutung der beobachteten Erscheinung als Explosionsschauer im Widerspruch zu stehen, besonders da die Zahl der Strahlen je Schauer nicht in der Nähe des untersten Rohres, wo die Absorption sich am stärksten auswirken müßte, sondern in der Mitte zwischen dem oberen und dem unteren Zählrohr bestimmt ist. Die Überlegungen des Abschnitts VIII. 2. c) gelten allerdings nur für ionisierende Schauerstrahlen, und im Explosionsschauer könnten außerdem noch nicht ionisierende Schauerstrahlen wirksam sein. Jedenfalls zeigen die Überlegungen des Abschnitts VIII. 2. c), daß, wenn bei der beschriebenen Anordnung Explosionsschauer wirksam sind, die sehr harte Strahlen enthalten, diese nur eine begrenzte Zahl harter Strahlen enthalten, was auf eine obere Grenze der Gesamtenergie der Explosionsschauer deuten würde.

Andererseits sollten schwere Elektronen (analog zum Compton-effekt) an schweren Teilchen gestreut werden können [Euler und Heisenberg¹³⁾]. Auch eine solche Auffassung wäre mit den vorliegenden Messungen vereinbar. Bei der Auswertung der 4fach-Koinzidenzmessungen wurde eine Zerlegung der Koinzidenzen in geradlinig verlaufende Einzelstrahlen und Schauer vorgenommen. Ein Teilchen, das während seines Weges durch Materie mehrmals seine Richtung

um einen kleinen Winkel ändert, würde sich jedoch für diese Aufstellung genau wie ein Schauer verhalten. Die geringe Strahlendichte der „Schauerstrahlung“ deutet sogar auf eine derartige Erklärung.

IX. Zusammenfassung

Mit einer 3fach- und einer 4fach-Koinzidenzanordnung in Seehöhe wurde gefunden, daß als 3fach-Koinzidenzen 76% und als 4fach-Koinzidenzen 69% der durch dieselbe geometrische Anordnung ausgeblenden 2fach-Koinzidenzen gezählt werden, wenn 90 cm Pb zwischen das obere und das untere Zählrohr gepackt sind. Diese Erscheinung läßt zwei Deutungsmöglichkeiten zu.

1. 37% der härtesten Bestandteile der Höhenstrahlung, die in Seehöhe 90 cm Pb durchdringen, bestehen aus einem Gemisch von Protonen und Neutronen, von dem die Protonen etwa 36% ausmachen. Diese 37% sind zugleich derjenige Anteil der härtesten Komponente, der Schauer erzeugt, während die restlichen 63% an der Schauererzeugung nicht beteiligt sind.

2. Ein erheblicher, noch nicht genau angebbarer Bestandteil der bei vertikaler Anordnung der Zählrohre gemessenen Koinzidenzen ist auf Schauer zurückzuführen, die durch drei charakteristische Eigenschaften gekennzeichnet sind.

a) Der Winkel zwischen den einzelnen Schauerstrahlen ist extrem klein.

b) Sie sind außerordentlich durchdringungsfähig.

c) Die Strahlendichte im Schauer ist gering. Die mittlere Anzahl der ionisierenden Strahlen im Schauer ist $\leq 2,2$.

Es ist auch möglich, anstatt der Schauer eine Mehrfachstreuung schwerer Elektronen an den schweren Teilchen der Materie zur Erklärung anzunehmen.

Die vorliegende Arbeit wurde in der Zeit vom Sommersemester 1937 bis Wintersemester 1938/39 im Institut für Höhenstrahlungsforschung der Universität Berlin, Berlin-Dahlem, ausgeführt. Herrn Prof. Dr. W. Kolhörster, auf dessen Anregung die Arbeit unternommen wurde, danke ich für das stets fördernde Interesse, das er ihrem Fortgang entgegengebracht hat, und für die freundliche Bereitstellung der Apparate.

Literatur

- 1) H. J. Bhabha, *Nature* **139**. S. 1021. 1937.
- 2) J. C. Mouzon, *Rev. of Scient. Inst.* **7**. S. 467. 1936.
- 3) W. Kolhörster, I. Matthes u. E. Weber, *Naturw.* **26**. S. 576. 1938.
- 4) A. Trost, *Ztschr. f. Phys.* **105**. S. 399. 1937.
- 5) B. Rossi, *Phys. Ztschr.* **33**. S. 304. 1932.
- 6) H. Geiger, *Ergebnisse d. exakt. Naturw.* **14**. S. 42. 1935.
- 6a) Held, nicht veröffentlicht, vgl. Geiger 6).
- 7) E. K. Heidel, Dissertation, Tübingen 1935.
- 8) B. Rossi u. G. Bottecchia, *Ricerca Scientifica* **1**. Jg. 5. S. 3. 1934.
- 9) Z. Wasiutyńska u. L. Wertenstein, *Nature* **142**. S. 475. 1938.
- 10) H. J. Bhabha u. W. Heitler, *Proc. Roy. Soc. London* **159**. S. 432. 1937.
- 11) J. F. Carlson u. J. K. Oppenheimer, *Phys. Rev.* **51**. S. 220. 1937.
- 12) H. Euler, *Ztschr. f. Phys.* **110**. S. 450 u. 692. 1938.
- 13) H. Euler u. W. Heisenberg, *Ergebnisse d. exakt. Naturw.* **17**. S. 1. 1938.
- 14) W. Bothe u. K. Schmeiser, *Naturw.* **25**. S. 833. 1937; *Ann. d. Phys.* [5] **32**. S. 161. 1938.

Berlin-Dahlem, Institut für Höhenstrahlenforschung der Universität Berlin.

(Eingegangen 27. Juli 1939)

Über die Winkelverteilung der Trümmer bei einigen Umwandlungsprozessen leichter Atomkerne¹⁾

Von Hugo Neuert

(Mit 10 Abbildungen)

Einleitung

Vor einigen Jahren war beobachtet worden (1), daß die Trümmerteilchen, die bei der Umwandlung von Deuterium bei der Beschießung mit D^2 -Kanalstrahlen von 100—200 ekV entstehen, nicht nach allen Richtungen hin mit der gleichen Häufigkeit wegfliegen. Vielmehr werden erheblich mehr Teilchen in und entgegengesetzt zur Kanalstrahlrichtung beobachtet als senkrecht dazu. Da man vom Studium dieser Erscheinung eine wesentliche Bereicherung unserer Kenntnisse vom Ablauf des einzelnen Umwandlungsprozesses erwarten konnte, wurden diese Versuche noch an verschiedenen anderen Umwandlungsprozessen leichter Atomkerne durch Wasserstoffkanalstrahlen angestellt (2). Dabei konnte ich an Hand von Nebelkammeraufnahmen zeigen, daß auch die Ausbeute an α -Teilchen der Umwandlung $B^{11}(p; \alpha) Be^8$ bei einer Protonenenergie von 200 ekV stark winkelabhängig ist; ebenfalls aus Nebelkammeraufnahmen konnte dann später auf eine unsymmetrische Verteilung auch der α -Teilchen der Umwandlung $B^{11}(p; \alpha, \alpha) \alpha$ geschlossen werden.

Dagegen wurde für den Prozeß $Li^6(p; \alpha) He^3$ keine und für den Prozeß $Li^6(D^2; p) Li^7$ bei 200 kV keine wesentliche Unsymmetrie der räumlichen Verteilung gefunden. Auch der Prozeß $Li^7(p; \alpha) \alpha$ weist nach früheren Untersuchungen von Kirchner(3) bei diesen Spannungen eine gleichmäßige Verteilung der Trümmerteilchen auf.

Die Messungen mit der Nebelkammer waren aber nur bei jeweils einer festen Primärspannung durchgeführt worden. Aus Überlegungen von Reinsberg(4) und von Bethe(5) ging hervor, daß es sich bei der beobachteten Erscheinung der unsymmetrischen räumlichen Verteilung der Trümmer um einen quantenmechanischen Effekt bei dem Vorgang der Streuung schnell bewegter Teilchen an Atomkernen handelt. Daher konnte man vermuten, daß die Unsymmetrie

¹⁾ Eingereicht zur Erlangung des Grades eines Dr. phil. habil. in der Philosophischen Fakultät der Universität Köln.

sich — ebenso wie bei den bekannten Streuvorgängen — mit der Geschwindigkeit des stoßenden Teilchens ändert. Versuche über die Abhängigkeit der Winkelverteilung von der Energie der stoßenden Teilchen schienen demnach erfolgversprechend. Das Ziel der hier beschriebenen Untersuchungen war, diese Spannungsabhängigkeit für einen Spannungsbereich unterhalb 300 kV zu studieren.

Dabei wurden folgende Umwandlungsprozesse betrachtet:

1. $\text{Li}^7 + p \rightarrow \alpha + \alpha$;
2. $\text{Li}^6 + D^2 \rightarrow \alpha + \alpha$;
- 3a. $\text{Li}^6 + D^2 \rightarrow \text{Li}^7 + p$;
- 3b. $\quad \quad \quad \rightarrow \text{Li}^7 + p + \gamma$;
4. $D^2 + D^2 \rightarrow \text{H}^3 + p$;
5. $\text{B}^{11} + p \rightarrow \text{Be}^8 + \alpha$.

Von diesen Prozessen zeigten die beiden ersten keine, die andern eine starke Abhängigkeit des Häufigkeitsverhältnisses der Zahl der unter einem Winkel φ zu der Zahl der unter 90° zur Kanalstrahlrichtung wegfliegenden Trümmerteilchen von der Spannung; und zwar steigt in allen Fällen der Betrag der Unsymmetrie mit der Spannung an.

Einige Meßergebnisse sind bereits in kurzen Veröffentlichungen mitgeteilt worden (6). In der letzten Zeit wurden noch von verschiedenen anderen Autoren Untersuchungen über die Winkelverteilung von Kerntrümmern angestellt. Die jeweiligen Resultate sollen im Zusammenhange mit den hier erhaltenen Ergebnissen betrachtet werden.

Die Bedeutung der Untersuchung der räumlichen Verteilung von Kerntrümmern für die Kenntnis des Ablaufs eines einzelnen Umwandlungsprozesses liegt im folgenden:

1. erhält man wichtige Aussagen über die Größe und Richtung der Drehimpulse der an einer Umwandlung beteiligten Kerne;

2. ergibt sich unter Umständen die Möglichkeit, die Energiestufen der Kerne, den Grundzustand und höhere Zustände mit bestimmten Drehimpulsquantenzahlen in Beziehung zu bringen und damit einen Beitrag zu einer Kernspektroskopie zu liefern;

3. kann man erwarten, daß Resonanzstellen im Wirkungsquerschnitt von Kernreaktionen sich mitunter auch in einer starken Änderung in der räumlichen Verteilung der Kerntrümmer bemerkbar machen. Umgekehrt wird also das Studium der Winkelverteilung zur Auffindung von Resonanzstellen beitragen; es wird insbesondere dazu geeignet sein, wenn es sich um breite Resonanzen

stellen handelt, die in den Kurven für die Abhängigkeit der Ausbeute, d. h. des Wirkungsquerschnitts von der Primärenergie nur schwer erkennbar sind.

4. Wie gezeigt werden wird, kann man die Anteile der verschiedenen Arten von Einfangungen der stoßenden Kerne an der Gesamtausbeute voneinander trennen und ihre Abhängigkeit von der Spannung gesondert verfolgen.

Apparaturbeschreibung

Zur Durchführung der Versuche wurde im wesentlichen eine schon früher beschriebene Apparatur benutzt (7). Zur Erzeugung eines intensiven Kanalstrahls wurde eine Kanalstrahlröhre aus Stahl verwendet, deren Bauart ähnlich der von Hailer (8) beschriebenen Entladungsröhre ist.

Die Entladungsspannung betrug im allgemeinen 20—25 kV. Die so erzeugten Kanalstrahlen wurden auf Gesamtenergien bis zu 300 ekV nachbeschleunigt. Die Nachbeschleunigungsspannung wurde gemessen mittels des Stromes, der eine Kette von Hochohmwiderständen von insgesamt $3 \cdot 10^9$ Ohm durchfloß. Die Widerstände waren auf 1% genau bekannt. Kurzperiodische Schwankungen der Nachbeschleunigungsspannung konnten aber mit dieser Meßmethode nicht festgestellt werden. Da überdies die Kanalstrahlröhre ein ganzes Energiespektrum für die Teilchen liefert, in dem hiesigen Falle mit einer Breite von etwa 10 kV, und da auf eine magnetische Geschwindigkeitsanalysierung des Kanalstrahls verzichtet wurde, muß mit einer merklichen Inhomogenität der Energie der stoßenden Teilchen gerechnet werden.

Der Kanalstrahl wurde vor dem Auftreffen auf die Schicht so ausgeblendet, daß er die Schicht nur in einem mittleren Teile, nicht aber am Rande treffen konnte. Auch wurde dafür gesorgt, daß keine Trümmer von Umwandlungen beobachtet werden konnten, die der Kanalstrahl beim Auftreffen auf seitliche Wände oder an den Rändern der Blenden verursachen konnte. (Vgl. Abb. 1.)

Die ersten Messungen über die Winkelverteilung waren mit der Nebelkammer gemacht worden. Zur Messung einer Erscheinung von der Art der Spannungsabhängigkeit der Winkelverteilung ist die Nebelkammermethode aber nicht geeignet. Deswegen wurden die Trümmerteilchen mit 2 Proportionalzählern registriert, die folgendermaßen angeordnet waren: Der eine Zähler (I) zählte in unveränderlicher Stellung Teilchen, die senkrecht zur Kanalstrahlrichtung emittiert wurden; der andere Zähler (II) war schwenkbar in einer Ebene durch den Kanalstrahl (vgl. Abb. 1). Die durch die Teilchen

in den Zählern hervorgerufenen Entladungsstöße wurden über je einen zweistufigen Widerstandsverstärker auf die beiden zueinander senkrechten Plattenpaare einer Braunschen Röhre übertragen.

Die Teilchenzahl wurde durch Blenden oder durch Änderung des Kanalstrahlstromes so begrenzt, daß ihre Zahl noch bequem registrierbar war. Die Zahl der im festen Zähler *I* gezählten Teilchen war ein Maß für die Kanalstrahlstromstärke. Die Zahl der im schwenkbaren Zähler *II* registrierten Teilchen wurde dann jeweils durch die Zahl der im gleichen Zeitintervall in *I* gezählten Teilchen dividiert.

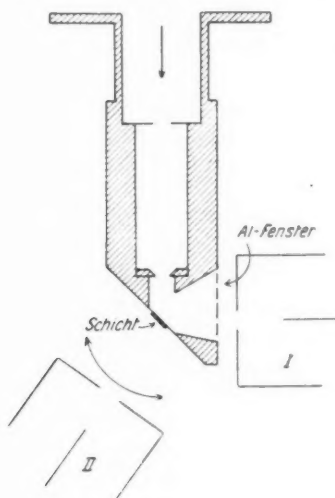


Abb 1.
Anordnung der Proportionalzähler

Wie aus der Abb. 1 ersichtlich, war die zu beschießende Schicht so angebracht, daß die in den Zähler *I* eintretenden Teilchen unmittelbar die Schicht verließen und nur eine Abschlußfolie von $10-15\ \mu$ Al und die Verschlußfolie des Zählers annähernd senkrecht durchliefen. Die im Zähler *II* registrierten Teilchen mußten die Schicht und deren Unterlage durchlaufen, der Weg in der zu durch-

laufenden Schicht war noch von der Winkelstellung des Zählers abhängig. Die Schicht wurde deshalb unter einem Winkel von 45° zur Kanalstrahlrichtung geneigt, und dann meistens nur das Verhältnis der Zahl der unter 10° und unter 80° zur Kanalstrahlrichtung emittierten Teilchen ermittelt, da diese beiden Richtungen symmetrisch lagen zur Richtung (45°) des senkrechten Durchtritts der Teilchen durch die Folie.

In den Fällen der Umwandlungen 1. bis 3. wurden die Schichten durch Aufdampfen von Lithium im Hochvakuum auf geeignet dicke Folien von Aluminium hergestellt. Im Prozeß 4. wurden zur Umwandlung die in eine Al-Folie von $10\ \mu$ Dicke hineingeschossenen Deuteronen verwendet. Im Prozeß 5. wurde Bor auf eine $10\ \mu$ Al-Folie nach einem Verfahren niedergeschlagen, das vor kurzem von K. Fink(9) näher beschrieben worden ist.

Da sich die Schichten bei der Beschießung mit Kanalstrahlen leicht mit einer Schicht von Kohlenwasserstoffen bedeckten, wurden sie nach durchschnittlich halbstündiger Benutzung ausgewechselt.

Versuchsergebnisse

Die gemessenen Kurven für die Winkelverteilung beziehen sich also auf eine zur Eindringungstiefe des Kanalstrahls „dicke“ Schicht. Die eigentlich interessierende Kurve für eine unendlich dünne Schicht kann aus der gemessenen integralen Kurve mit Hilfe der für die untersuchten Prozesse bekannten Kurve für die Spannungsabhängigkeit der Ausbeute ermittelt werden. Beträgt die Eindringungstiefe eines Kanalstrahlteilchens von der Energie V_0 in der Schicht x_0 , so ist die Wahrscheinlichkeit für die Beobachtung eines durch dieses Teilchen ausgelösten Trümmerteilchens in einer Richtung senkrecht zur Kanalstrahlrichtung

$$W^{90}(x_0) = Z^{90}(V_0) = \int_0^{x_0} w^{90}(x) dx = \int_{V_0}^0 z^{90}(V) dV;$$

dabei bedeutet $w^{90}(x)$, bzw. $z^{90}(V)$ die Wahrscheinlichkeit für die Emission eines Trümmerteilchens, während das stoßende Teilchen gerade in einer Schichttiefe x , bzw. bei einer Energie V die Schichtdicke dx durchläuft, bzw. einen Energieverlust dV erleidet. Die Wahrscheinlichkeit für einen Winkel von 0° ist

$$W^0(x_0) = Z^0(V_0) = \int_0^{x_0} w^0(x) k(x) dx = \int_{V_0}^0 z^0(V) h(V) dV;$$

wobei $k(x)$, bzw. $h(V)$ angeben, wievielmals häufiger ein Trümmerteilchen unter 0° als unter 90° emittiert wird, wenn die Umwandlung gerade in einer Tiefe x in der Schicht oder bei einer Energie V des Primärteilchens erfolgt.

Für die oberste dünne Schicht Δx ist:

$$\Delta W^0 \sim w^{90} \cdot k(x=0) \cdot \Delta x$$

und

$$\Delta W^{90} \sim w^{90} \cdot \Delta x.$$

Das gesuchte Häufigkeitsverhältnis $k(x=0)$ für die oberste dünne Schicht ist dann gegeben durch:

$$k(x=0) = \frac{\left(\frac{\Delta W^0}{\Delta x}\right)_{x=0}}{\left(\frac{\Delta W^{90}}{\Delta x}\right)_{x=0}} = \frac{\left(\frac{\Delta Z^0}{\Delta V}\right)_{V=V_0}}{\left(\frac{\Delta Z^{90}}{\Delta V}\right)_{V=V_0}} = h(V).$$

$W^{90}(x_0)$ und $W^0(x_0) = g(x_0) \cdot W^{90}(x_0)$ sind bekannte Funktionen; $g(x_0)$ ist das bei der Spannung V_0 gemessene Häufigkeitsverhältnis

der unter 0° und unter 90° wegfliegenden Trümmerteilchen, bezogen auf ein Koordinatensystem, das sich mit dem Schwerpunkt der wegfliegenden Trümmerteilchen bewegt. Bezeichnet man entsprechend das Verhältnis der unter einem Winkel φ und unter 90° wegfliegenden Teilchen mit $g(x_0, \varphi)$, so kann diese Funktion aus der in einem ruhenden Koordinatensystem gemessenen Funktion $g(x_0, \varphi)$ näherungsweise berechnet werden [vgl. z. B. H. Bethe (5)].

1. $\text{Li}^7 + p \longrightarrow \alpha + \alpha$

Die geometrische Anordnung wurde am Prozeß $\text{Li}^7(p; \alpha)\alpha$ geprüft. Für diesen Prozeß hatten frühere Versuche gezeigt (3), (10), daß für Primärspannungen unterhalb 240 kV die α -Teilchen räumlich gleichmäßig verteilt sind. Wie weiter unten noch erläutert werden soll, hat man Grund zu der Annahme, daß auch für noch etwas höhere Spannungen eine symmetrische Verteilung vorhanden ist. Die zwischengeschalteten Absorberfolien waren so dick, daß nur die Teilchen dieses Prozesses gezählt wurden. Zunächst wurde das Öffnungsverhältnis der Zähler bestimmt, während beide unter 90° zur Kanalstrahlrichtung standen. Es betrug 1,47. Dieses Raumwinkelverhältnis wurde für alle Versuche beibehalten. Für die Stellung des Zählers II bei 10° wurden die Zahlen der Tab. 1 erhalten. Wie man aus der Tabelle ersieht, besitzt dieser Prozeß also für Spannungen bis 270 kV eine innerhalb der Fehlergrenze symmetrische räumliche Verteilung der Trümmerteilchen.

Tabelle 1

Spannung kV	200	240	270
Zähler II	400	324	384
Zähler I	266	221	239
Verhältnis	1,51	1,47	1,61
korr. Verh.	1,39	1,35	1,48
Häufigkeitsverhältnis	0,97	0,96	1,04

2. $\text{Li}^6 + D^2 \longrightarrow \alpha + \alpha$

Das Luftäquivalent der zwischengeschalteten Schichten betrug etwa 10 cm, so daß nur die α -Teilchen dieses Prozesses mit einer Reichweite von 12,5 cm beobachtet werden konnten. Die Zählerspannung war so bemessen, daß die wesentlich schwächer ionisierenden Protonen des gleichzeitig auftretenden Prozesses $\text{Li}^6(D_2; p)\text{Li}^7$ noch keine merklichen Ausschläge auf der Braunschen Röhre hervorriefen. In der Abb. 2 sind die Häufigkeitsverhältnisse der unter 10° und unter 90° emittierten Teilchen für einen Spannungsbereich

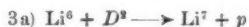
bis 290 kV aufgetragen. Alle Abbildungen enthalten bereits die auf das mitbewegte Koordinatensystem umgerechneten Häufigkeitsverhältnisse. In dem untersuchten Spannungsbereich besitzt auch dieser Prozeß eine gleichmäßige räumliche Verteilung der Trümmerteilchen.



Abb. 2. $\text{Li}^6 + \text{D}^2 \rightarrow \text{He}^4 + \text{He}^4$.

Spannungsabhängigkeit der Winkelverteilung der α -Teilchen

Haxby, Allen und Williams konnten neuerdings (11) unterhalb 200 kV ebenfalls keine Abweichung von der gleichmäßigen Verteilung feststellen.



Die Protonengruppen dieser beiden Prozesse unterscheiden sich nach Untersuchungen von Williams, Shepherd und Haxby (12) um nur wenige Zentimeter; und zwar besitzen die Protonen von 3a bei 250 kV Deuteronenenergie eine Reichweite von 28,0 cm bei 90° , von 32 cm bei 0° ; diejenigen von 3b eine solche von 23,5 cm bei 90° und von 27,3 cm bei 0° . Das Häufigkeitsverhältnis beider Prozesse ist aus den Messungen von Williams und Mitarbeiter bekannt. Um die Winkelverteilung beider Prozesse getrennt zu erhalten, wurden Versuche bei verschiedenen Absorberdicken durchgeführt.

Beim ersten Teil der Versuche betrug das Luftäquivalent der Zwischenschichten etwa 20 cm, so daß die Protonen beider Prozesse zusammen registriert wurden. Dabei wurde unterhalb 180 kV eine gleichmäßige Winkelverteilung gefunden; oberhalb 180 kV stieg das Häufigkeitsverhältnis allmählich auf den Wert 1,7 bei 290 kV an.

Nun wurde eine Absorberschicht von 26 cm bei 90° und von 30 cm bei 10° zwischengeschaltet, so daß nur die Protonen des Prozesses 3a gezählt wurden. Aus den Messungen von Williams und Mitarbeiter konnte man entnehmen, daß die Halbwertsbreite der Protonengruppen nicht größer ist als 2,5 cm, daß die beiden Gruppen durch diese Absorberfolien also genügend voneinander getrennt waren. Die gefundenen Werte für das Häufigkeitsverhältnis sind in der Abb. 3a aufgetragen. Nach dem oben angegebenen Verfahren wurde daraus die Kurve für das Häufigkeitsverhältnis für eine dünne Schicht ermittelt (Kurve b in Abb. 3). Diese Kurve steigt

zwischen 200 und 240 kV stark an und scheint bei höheren Spannungen wieder flacher zu verlaufen. Zur Berechnung dieser Kurve wurde die Ausbeutekurve von Williams, Shepherd und Haxby (12)

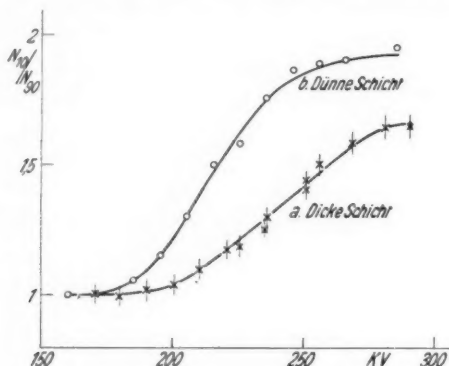


Abb. 3. $\text{Li}^6 + \text{D}^2 \rightarrow \text{Li}^7 + p$.
Spannungsabhängigkeit der Winkelverteilung der Protonen

zugrunde gelegt. Die von Rumbaugh, Roberts und Hafstad (13) gefundene Kurve steigt etwas steiler an.

Die gemessene Kurve für den Prozeß 3a zeigte etwa denselben Verlauf wie die früher erhaltene Kurve für die Protonen beider Gruppen zusammen. Daraus konnte man bereits schließen, daß der

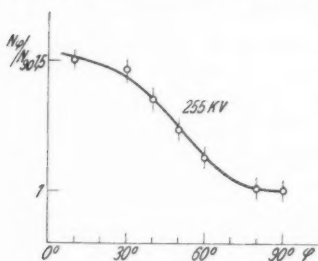


Abb. 4. $\text{Li}^6 + \text{D}^2 \rightarrow \text{Li}^7 + p$.
Winkelverteilung der Protonen
(An einer dicken Schicht
gemessen)

Prozeß 3b dieselbe räumliche Verteilung der Trümmerteilchen aufweist wie 3a. Dies wurde noch auf eine andere Art geprüft. Es wurde bei einer Spannung von 250 kV die Häufigkeit des Prozesses 3b relativ zu 3a für den Winkel 10° und für den Winkel 90° gemessen, dadurch nämlich, daß bei beiden Winkeln die Zunahme an Teilchen gezählt wurde, wenn statt des Prozesses 3a allein, bei 30 cm, bzw. 26 cm Absorberdicke, beide Prozesse bei etwa 20 cm

Absorberdicke erfaßt wurden. Es wurde gefunden, daß bei beiden Winkeln innerhalb der Meßgenauigkeit der Prozeß 3b von $\frac{1}{3}$ der Häufigkeit von 3a war, in guter Übereinstimmung mit den Werten von Williams und Mitarbeitern. Man kann deswegen wohl annehmen,

daß innerhalb der Fehlergrenzen beide Prozesse die gleiche Abhängigkeit des Häufigkeitsverhältnisses von der Spannung besitzen.

Die Abhängigkeit von der Emissionsrichtung wurde für eine Spannung von 255 kV am Prozeß 3a noch besonders untersucht. Die gefundene Winkelverteilung, die in Abb. 4 aufgezeichnet ist, kann mit guter Näherung durch eine Kurve von der Form $1 + A \cdot \cos^2 \varphi$ dargestellt werden.

$$4. D^2 + D^2 \longrightarrow H^2 + p$$

Die Absorberschicht hatte bei den Messungen am Prozeß $D + D$ etwa 80 mm Luftäquivalent, so daß Reichweitenstreuung und die starke Reichweitenänderung mit der Primärspannung und mit dem

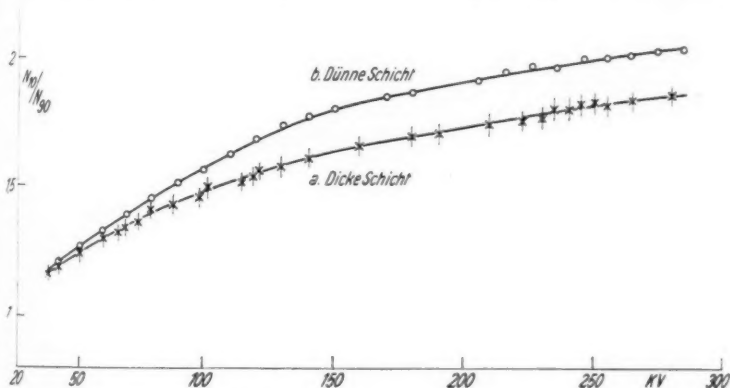


Abb. 5. $D^2 + D^2 \longrightarrow H^2 + p$.
Spannungsabhängigkeit der Winkelverteilung der Protonen

Emissionswinkel keinen Einfluß auf die Messungen haben konnten. Die große Häufigkeit dieses Prozesses und die leistungsfähige Kanalstrahlröhre ermöglichten eine genaue Messung bis zu etwa 35 kV Deuteronenenergie herunter. Wie die Abb. 5 zeigt, steigt das Häufigkeitsverhältnis bei den niedrigen Spannungen, bis etwa 100 kV rasch an, der weitere Anstieg erfolgt dann langsamer. In diese Kurve fügen sich die bisher schon bekannten Werte 1,6 bei 100 kV von Kempton, Browne und Maasdorp (2) und aus früheren Nebelkammeraufnahmen (3), und auch der Wert 1,7 bei 190 kV von Haxby, Allen und Williams (11) gut ein. Dagegen finden diese Autoren auch bei 106 kV den Wert 1,7 und schließen daraus, wie früher auch Kempton, Browne und Maasdorp, daß sich das Häufigkeitsverhältnis in diesem Spannungsbereich nicht ändert. Gerade bei

den Messungen an dem Prozeß $D + D$ war die Zahl der registrierten Teilchen pro Meßpunkt aber genügend groß, etwa 800–1000, um eine gute Genauigkeit der Messungen zu garantieren; der Anstieg bei niedrigen Spannungen müßte sonst noch steiler sein.

Die räumliche Verteilung der Protonen in Abhängigkeit von der Emissionsrichtung ist bei allen untersuchten Primärspannungen von der Form $1 + A \cdot \cos^2 \varphi$. In der Abb. 6 sind Winkelverteilungs-

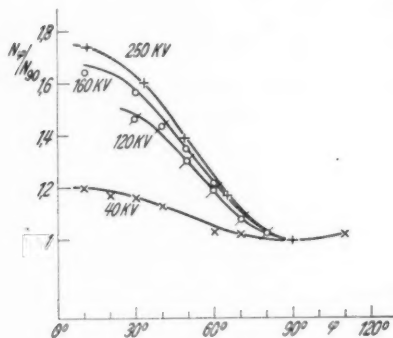


Abb. 6. $D^2 + D^2 \rightarrow H^3 + p$.
Winkelverteilung der Protonen
bei verschiedenen Primärspannungen.
(An einer dicken Schicht gemessen)

kurven für verschiedene Primärspannungen, die an einer dicken Schicht erhalten wurden, aufgetragen.

Mit Hilfe der bekannten Kurven für die Ausbeute dieses Prozesses wurde wieder die Spannungsabhängigkeit der Winkelverteilung für eine sehr dünne Deuteronschicht berechnet (Abb. 5b). Verwendet wurden dabei für die niedrigen Spannungen die Ausbeutekurven von Oliphant, Harteck und Lord Rutherford (14) und für höhere Spannungen diejenigen von Ladenburg und

Kanner (15), die unter 90° zur Kanalstrahlrichtung aufgenommen wurden. Der steile Anstieg bei den niedrigen Spannungen und der flache Verlauf der Kurve bei den höheren Spannungen kommt hier noch stärker zur Geltung. Dem Verlauf der Kurve nach zu schließen besitzt dieser Prozeß bereits bei sehr niedrigen Spannungen, sicher noch unter 30 kV, eine unsymmetrische Winkelverteilung der Kerntümmer.

Ellett, Van Allen und Bayley (16) finden neuerdings bei Messungen an dünnen D^2 -Schichten im Spannungsbereich bis 330 kV einen noch etwas stärkeren Anstieg des Häufigkeitsverhältnisses.

5. $B^{11} + p \rightarrow Be^8 + \alpha$

Von den α -Teilchen, die bei der Beschießung von Bor mit Protonen emittiert werden, wurden im besonderen die Teilchen mit Reichweiten größer als 40 mm untersucht. Dabei wurde die Änderung der Reichweite mit der Primärspannung und der Emissionsrichtung sorgfältig berücksichtigt. Nebelkammeraufnahmen (2) bei etwa 200 kV

hatten für das Häufigkeitsverhältnis N_0/N_{90} den Wert 1,9—2 ergeben; infolge großer statistischer Schwankungen war dieser Wert aber nicht sehr genau. Die ersten Untersuchungen mit Proportionalzählern im Spannungsbereich 140—190 kV zeigten einen starken gleichmäßigen Anstieg des Häufigkeitsverhältnisses mit der Spannung. Aus späteren genaueren Messungen ging dann hervor, daß die Kurve für das Häufigkeitsverhältnis im Bereiche 150—180 kV besonders

stark ansteigt und dann bei etwas höheren Spannungen fast konstant bleibt (vgl. Abb. 7 a). Es ist nun sehr bemerkenswert, daß der steile Anstieg des Häufigkeitsverhältnisses gerade bei der Primärspannung erfolgt, bei der Williams und Mitarbeiter (17) eine scharfe Resonanzstelle für die Ausbeute gefunden haben. Man ist demnach geneigt, die unsymmetrische räumliche Verteilung den α -Teilchen, die bei dem Resonanzprozeß emittiert werden, zuzuschreiben. Mit Hilfe der Kurve für den Spannungsverlauf der Ausbeute kann wenigstens mit einiger Näherung wieder die Häufigkeitsverteilungskurve für eine dünne

Schicht ermittelt werden. Wie aus Abb. 7 b ersichtlich, zeigt diese bei der Resonanzstelle von 170 kV ebenfalls einen resonanzähnlichen Verlauf. Der maximale Wert 3,9 ist vielleicht nicht sehr genau, da er nur graphisch gefunden wurde; bei der Schärfe der Resonanzstelle erhält man eine erhebliche Ungenauigkeit mit der Wahl der Größe des Spannungsintervalls ΔV bei der graphischen Darstellung. Auch die Inhomogenität der Protonenenergie bewirkt eine Verflachung und Verbreiterung der Kurve in der Nähe der Resonanzstelle. Hierauf soll weiter unten noch eingegangen werden.

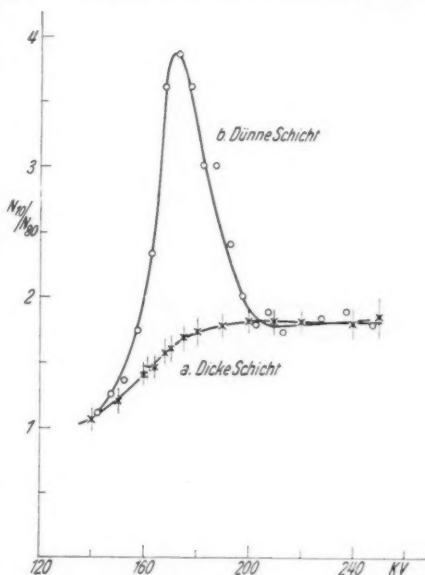


Abb. 7. $B^{11} + p \rightarrow Be^8 + He^4$.
Spannungsabhängigkeit
der Winkelverteilung der α -Teilchen
mit Reichweiten größer als 40 mm

Der weitere Verlauf der Kurve zeigt, daß nicht nur die Teilchen mit Reichweiten größer als 40 mm, die dem Resonanzprozeß entstammen, eine unsymmetrische räumliche Verteilung besitzen; denn sonst müßte die Kurve für eine dünne Schicht auf beiden Seiten der Resonanzstelle symmetrisch verlaufen. Die Kurve für die Ausbeute an Teilchen mit Reichweiten größer als 40 mm kann betrachtet werden als eine Kurve mit exponentiellem Anstieg (Gamowkurve).

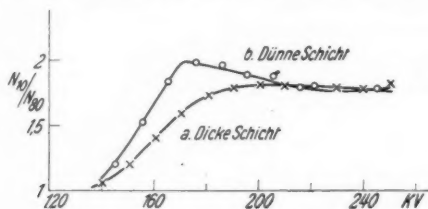


Abb. 8. $B^{11} + p \rightarrow He^4 + He^4 + He^4$.
Spannungsabhängigkeit der Winkelverteilung der α -Teilchen
mit Reichweiten zwischen 30 und 38 mm.
[Nach Messungen von Haxby, Allen und Williams (11)]

der sich die starke Resonanzstelle bei 170 kV überlagert, wie z. B. aus den Messungen von Bowersox (18) hervorgeht. Offensichtlich besitzen auch die α -Teilchen, die dem Gamowanteil entstammen, eine unsymmetrische Winkelverteilung, deren Spannungsabhängigkeit ebenfalls einen starken Anstieg im Spannungsbereich zwischen 140 und 200 kV aufweist, dann aber nur wenig mehr zuzunehmen scheint. Ob dieser Gamowanteil der Ausbeute an α -Teilchen mit Reichweiten größer als 40 mm dem Prozeß 5a oder 5b angehört, mag vorläufig dahingestellt bleiben.

Frühere Nebelkammeraufnahmen (2) an einer dicken Borschicht hatten gezeigt, daß die Teilchen mit Reichweiten zwischen 35 und 40 mm, die dem Prozeß $B^{11}(p; \alpha)\alpha$ entstammen, bei 200 kV dieselbe Winkelverteilung besitzen wie die α -Teilchen der homogenen Gruppe (mit Reichweiten größer als 40 mm). Dies wurde vor kurzem von Haxby, Allen und Williams (11) bestätigt, die weiterhin gefunden haben, daß die Häufigkeitsverteilung der α -Teilchen mit Reichweiten von 30–38 mm im Bereiche 140–200 kV ebenfalls eine starke Spannungsabhängigkeit aufweist. Es ist nun interessant feststellen zu können, daß diese von Haxby, Allen und Williams für eine dicke Borschicht gefundene Kurve von der gleichen Art ist, wie sie von mir in diesem Spannungsbereich für die Teilchen der homogenen Gruppe gefunden wurde. Die α -Teilchen mit Reichweiten größer als 40 mm, die dem Gamowschen Anteil der Aus-

heute entstammen, haben möglicherweise die gleiche Winkelverteilung wie die α -Teilchen mit Reichweiten zwischen 35 und 40 mm.

Die Meßgenauigkeit ist in der Hauptsache bestimmt durch den statistischen Fehler, mit dem die Messungen behaftet sind. In den angegebenen Kurven beträgt die Zahl der registrierten Teilchen pro Meßpunkt für die Prozesse 1.—3. im Mittel etwa 400; im Falle des Prozesses 5. etwas weniger, für den Prozeß 4. 800—1000. Da sich die statistischen Schwankungen der Teilchenzahlen beider Zähler überlagern, wird der mittlere statistische Fehler für die Prozesse 1.—3. etwa 10% betragen, für den Prozeß 4. 7%, für den Prozeß 5. etwa 15%. Die jeweiligen mittleren Fehlergrenzen sind in den Abbildungen den gemessenen Kurvenpunkten beigelegt; in den berechneten Kurven sind sie jedoch weggelassen, da in die Rechnung außer den genannten Fehlern auch noch die Fehler eingehen, mit denen die Ausbeutekurven behaftet sind.

Der Fehler aus Ungenauigkeiten in der geometrischen Anordnung und der endlichen Ausdehnung der Schicht kann hiergegen vernachlässigt werden. Die Veränderung der Reichweite der Trümmerteilchen mit der Spannung und die Breite der Reichweitengruppen wurde sorgfältig berücksichtigt, so daß hieraus keine nennenswerten Fehler entstehen konnten.

Ein Einfluß der oben schon angeführten Schwankungen der Nachbeschleunigungsspannung auf die Form der erhaltenen Winkelverteilungskurven wird sich hauptsächlich im Bereiche von engen Resonanzstellen bemerkbar machen, also vor allem im Falle der Resonanzstelle des Prozesses $B^{11} + p$ bei 170 kV. Wie schon oben bemerkt, muß man als Folge der Inhomogenität der Protonenenergie erwarten, daß die starke, scharfe Resonanzstelle weniger ausgeprägt erscheint. Man wird annehmen können, daß die Resonanzerscheinung in der Kurve 7b noch höher und schmaler ist. Im Falle eines nur langsam veränderlichen Verlaufs der Winkelverteilungskurve, wie im Prozeß $D + D$ oder $Li^6 + D$, wird die Gestalt der Kurve nicht merklich beeinflusst werden.

Eine beträchtliche Fehlerquelle entsteht ferner dadurch, daß in dem Kanalstrahl neben den Atomionen ein hoher Prozentsatz von Molekülionen enthalten ist, die ebenfalls noch genügend Energie besitzen, um Umwandlungen hervorzurufen. Man muß deswegen erwarten, daß alle Werte für die Häufigkeitsverhältnisse noch etwas größer sind als die gemessenen. Der Fehler wird sich hauptsächlich bei solchen Prozessen bemerkbar machen, deren Ausbeute mit der Spannung weniger rasch ansteigt, also z. B. beim Prozeß $D + D$, weniger dagegen beim Prozeß $B^{11} + p$.

Diskussion

Eine umfassende Theorie der Winkelverteilung von Kerntrümmern ist bisher nicht aufgestellt worden. Man kann jedoch ganz allgemein sagen, daß es sich um ein spezielles Problem der Streuung von schnell bewegten Atomkernen an Atomen handelt. Man wird also die aus der Theorie der Streuung geläufigen Vorstellungen der Wellenmechanik zur Deutung der Erscheinung heranziehen können. Es müssen ferner die allgemeinen Gesetze einer Theorie der Kernumwandlung berücksichtigt werden, nämlich der Energie- und Impulserhaltungssatz, der Satz von der Erhaltung der Ladung, sowie die Forderung nach der Erhaltung des Gesamtdrehimpulses. Auf Grund dieser Gesetze konnten wohl einige Voraussagen über die Winkelverteilung der Kerntrümmer gemacht werden; es ließen sich aber bisher keine quantitativen Schlüsse auf die Größe der Unsymmetrie und deren Abhängigkeit von der Primärenergie ziehen. Eine Diskussion über die Winkelverteilung bei einzelnen Prozessen, im Anschluß an die experimentellen Befunde, ist schon mehrfach durchgeführt worden (4), (5), (19), (20).

Auf die Forderung nach Erhaltung des Gesamtdrehimpulses hat zuerst Goldhaber (21) hingewiesen. Es erscheint mir zum Verständnis des Folgenden wohl angebracht, dieselbe nochmals kurz zu formulieren, obwohl dies schon verschiedentlich von anderer Seite geschehen ist. Nach Bohr hat man sich den Ablauf eines Umwandlungsprozesses folgendermaßen vorzustellen: Es trifft ein Teilchen P auf einen Atomkern A , wobei sich ein Zwischenkern C bildet; dieser zerplatzt im allgemeinen nach kurzer Zeit in einen Restkern B und eine Partikel Q . P und Q sind meistens leichte Atomkerne, sie mögen den Spin s_1 bzw. s_2 besitzen. Der Drehimpuls i_1 bzw. i_2 der schwereren Kerne A und B setzt sich zusammen aus einem Spinvektor σ_1 bzw. σ_2 und einem Vektor des inneren Bahndrehimpulses l_1 bzw. l_2 . Der Gesamtdrehimpuls des Zwischenkerns sei J ; er setzt sich zusammen aus dem Spinanteil S und dem inneren Bahndrehimpuls L . Schließlich sei l_1 bzw. l_2 der Bahndrehimpuls von $P(Q)$ in bezug auf seine Bewegung gegen $A(B)$. Man nimmt nun an, daß wenigstens für Prozesse mit leichten Kernen die Spins und die Bahndrehimpulse bei einer Umwandlung *getrennt* erhalten bleiben (Russell-Saunders-Kopplung), denn die Kräfte für die Umwandlung eines Spins in einen Bahndrehimpuls sind in leichten Kernen klein (22). Es wird sich also S aus s_1 und σ_1 bzw. s_2 und σ_2 , L aus l_1 und l_2 bzw. l_2 und l_2 zusammensetzen; und S und L werden den Vektor J bilden. Eine Vereinfachung tritt, wenigstens bei den Kernen bis $L=2$, dadurch ein, daß diese keinen inneren Bahndrehimpuls besitzen (20).

i also identisch mit σ wird. Es werde der Vektor, der sich nun aus $s_1(s_2)$ und $i_1(i_2)$ zusammensetzt, mit $j_1(j_2)$ bezeichnet; J wird dann aus den Vektoren $j_1(j_2)$ und $l_1(l_2)$ gebildet.

Für die räumliche Verteilung der Kerntrümmer sind die Bahndrehimpulse l_1 und l_2 maßgebend [vgl. z. B. C. Reinsberg (4)]; denn die ankommenden, bzw. wegfliegenden Teilchen werden dargestellt durch Kugelwellen von der Form $\frac{1}{r} e^{ikr} \cdot P_l(\cos \varphi)$, dabei bestimmt die Bahndrehimpulsquantenzahl l die Ordnung der Kugelwelle. φ ist der Winkel zwischen den Bewegungsrichtungen der Teilchen P und Q . $P_l(\cos \varphi)$ ist die normierte Kugelfunktion von der Ordnung l . Die Winkelverteilung der Kerntrümmer ist dann gegeben durch die Funktion $[P_l(\cos \varphi)]^2$.

Es soll nun versucht werden, unter Berücksichtigung der erwähnten Auswahlregeln die erlaubten Kombinationen der Impulsvektoren für die untersuchten Prozesse zu diskutieren, soweit dies nicht schon erschöpfend von anderer Seite geschehen ist. Infolge der niedrigen Primärspannungen werden nur Teilchen mit $l_1 = 0$ und 1 eine Kernumwandlung bewirken können. Teilchen mit größerem l werden in zu großem Abstand von dem Atomkern A vorbeifliegen, als daß sie noch eine Umwandlung bewirken können.

1. Die Umwandlung



wurde bereits von Goldhaber (21) diskutiert. In diesem Prozeß können nur Protonen mit $l_1 = 1$ eine Umwandlung bewirken. Da der Gesamtdrehimpuls J des Zwischenkerns aber 0 wird, ist die räumliche Verteilung der emittierten α -Teilchen kugelsymmetrisch. Umwandlungen mit $l_1 = 2$ werden erst bei noch höheren Spannungen wesentlich zur Gesamtausbeute beitragen; deswegen war in dem beobachteten Spannungsbereich keine Änderung des Häufigkeitsverhältnisses zu erwarten.

2. Wie Konopinski und Bethe (23) gezeigt haben, kann im Prozeß



l_1 nur geradzahlige Werte, also für die niedrigen Primärspannungen nur 0 oder 2 annehmen. Daß für Primärenergien bis zu 290 kV noch eine symmetrische Winkelverteilung gefunden wurde, läßt darauf schließen, daß in diesem Spannungsbereich nur s -Einfangungen zu Umwandlungen führen.

3. Für den Prozeß



lassen die Auswahlregeln sowohl s - als auch p -Einfangung zu.

A. Für $l_1 = 0$ können nun folgende Kombinationen der Drehimpulsvektoren auftreten:

Es ist $i_1 = s_1 = 1$, $i_2 = \frac{3}{2}$ und $s_2 = \frac{1}{2}$.

a) $i_1 \parallel s_1 \rightarrow j_1 = 2 \rightarrow J = 2 \rightarrow j_2 = 2 \rightarrow i_2 \parallel s_2$.

b) i_1 antiparallel $s_1 \rightarrow j_1 = 0 \rightarrow J = 0 \rightarrow j_2 = 0$; eine Kombination von i_2 und s_2 , die zu $j_2 = 0$ führt, ist nicht möglich. Diese Spinstellung führt also zu keiner Umwandlung.

c) Dagegen ist quantenmechanisch möglich, daß i_1 und s_1 einen Winkel von 120° miteinander bilden. Dann wird mit $j_1 = 1$ auch $J = 1$. Da sich J nur aus Spinvektoren zusammensetzt, wird auch $j_2 = 1$; eine solche Spinkombination ist möglich, wenn i_2 antiparallel zu s_2 steht.

Von den 3 möglichen Spinstellungen für s -Einfangung sind also nur 2 durch die Auswahlregeln erlaubt. Die Protonen, die aus Umwandlungen durch s -Einfangung entstehen, sind räumlich symmetrisch verteilt, da s -Einfangung immer s -Emission zur Folge hat.

B. $l_1 = 1$.

a) $i_1 \parallel s_1 \rightarrow j_1 = 2$.

1. $l_1 \parallel j_1 \rightarrow J = 3$; wegen der geforderten Russell-Saunders-Kopplung muß J sich aufspalten in

$$j_2 = 2 \parallel l_2 = 1; \quad j_2 = 2 \rightarrow i_2 \parallel s_2,$$


d. h. p -Emission.

2. l_1 antiparallel $j_1 \rightarrow J = 1$; hier ist $j_2 = 2$ antiparallel $l_2 = 1$;

$$j_2 = 2 \rightarrow i_2 \parallel s_2,$$

also p -Emission.

b) s_1 antiparallel $i_1 \rightarrow j_1 = 0$ führt zu $J = 1$; J setzt sich nur aus Bahndrehimpuls zusammen; wegen der Forderung nach R.-S.-Kopplung führt dieser Fall nur sehr selten zu einer Kernumwandlung.

c)  $j_1 = 1$.

1. $l_1 \parallel j_1 \rightarrow J = 2 \rightarrow j_2 = 1$ und $l_2 = 1$; $j_2 = 1 \rightarrow i_2$ antiparallel s_2 ; also p -Emission.

2. j_1 antiparallel $l_1 \rightarrow J = 0$; $J = 0$ hat s -Emission zur Folge.

3. $j_1 = 1$ und $l_1 = 1$ setzen sich zusammen zu $J = 1$; wegen der R.-S.-Kopplung müssen $j_2 = 1$ und $l_2 = 1$ werden.

Das ist möglich, wenn auch j_2 und l_2 einen Winkel von 120° bilden, i_2 antiparallel zu s_2 ergibt $j_2 = 1$. Dieser Fall führt also zu einer p -Emission.

Bei diesen Überlegungen wurde so gerechnet, als ob sich die Drehimpulsquantenzahl $3/2$ für Li^7 nur aus Spins zusammensetzt.

Man sieht aus der Zusammenstellung, daß die Umwandlungen durch s - oder p -Einfangung jeweils auf mehrere Arten, d. h. bei verschiedenen Kombinationen der Drehimpulse möglich sind. Die Gesamtausbeute setzt sich dann aus den Anteilen für die einzelnen Vektoranordnungen zusammen. Man kann allerdings vorläufig aus dem Experiment nicht auf den prozentualen Anteil der einzelnen Spinkombinationen an der Gesamtzahl der Umwandlungen schließen. Dagegen ist es in manchen Fällen möglich, mit Hilfe der gemessenen Winkelverteilung und deren Spannungsabhängigkeit zu berechnen, wie sich die Gesamtausbeute aus den Anteilen für s - und p -Einfangung zusammensetzt. Darauf hat Reinsberg (4) zuerst hingewiesen. Der Anteil der Umwandlungen durch Teilchen mit der Bahndrehimpulsquantenzahl l sei mit I_l bezeichnet. Wie schon erwähnt, hat s -Einfangung immer s -Emission zur Folge; p -Einfangung meistens p -Emission, sie kann aber auch gelegentlich zu einer s -Emission führen, über die Wahrscheinlichkeit solcher Umwandlungen kann man allerdings keine Aussage machen. Unter Außernachtlassung dieser letzteren Art von Umwandlungen, also mit der alleinigen Annahme, daß p -Einfangung immer p -Emission zur Folge hat, wird sich die Winkelverteilung $N(\varphi)$ folgendermaßen zusammensetzen:

$$N(\varphi) = I_0 \cdot P_0^2 + I_1 \cdot P_1^2 \cdot \cos^2 \varphi$$

$$\text{Damit: } N(0) = \frac{1}{2} I_0 + \frac{3}{2} I_1; \quad N(90) = \frac{1}{2} I_0;$$

$$\text{Und: } I_0 = 2 \cdot N(90); \quad I_1 = \frac{2}{3} [N(0) - N(90)].$$

In Abb. 9 sind die so berechneten Anteile für s - und p -Einfangung aufgetragen. Man sieht, daß die Umwandlungswahrscheinlichkeiten als Funktion der Spannung für die beiden Arten von Einfangung sehr verschieden sind.

Zur Berechnung der obigen Kurven war keine Annahme notwendig über die gegenseitige Häufigkeit der verschiedenen Vektorkombinationen. Man kann nun den speziellen Fall annehmen, daß alle 3 Spinkombinationen von i_1 und s_1 gleich häufig sind, ebenso die Kombinationen von j_1 und l_1 . Dann erhält man durch eine einfache Rechnung für die Anteile I_0 und I_1 :

$$I_0 = 2 \cdot N(90) - \frac{2}{15} [N(0) - N(90)];$$

$$I_1 = 0,8 [N(0) - N(90)].$$

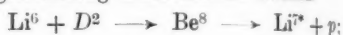
Wie man sieht, weichen diese nicht sehr von den oben abgeleiteten Funktionen ab. Da also die Funktionen I_0 und I_1 offensichtlich nicht sehr von den gegenseitigen Wahrscheinlichkeiten der Spinkombinationen abhängen, kann man annehmen, daß die Kurven der

Abb. 9 den Spannungsverlauf der Anteile für s - und p -Einfangung an der Gesamtausbeute wenigstens mit einiger Näherung darstellen.

Im Falle des hier betrachteten Umwandlungsprozesses kann man den Anteil für s -Einfangung in diesem Spannungsbereich wohl durch eine Gamowsche e -Funktion darstellen; dagegen bleibt der

Anteil für p -Einfangung bei Spannungen über 230 kV hinter den Werten einer e -Funktion zurück.

Wie die gefundene Winkelverteilung zeigt, werden in dem gleichzeitig auftretenden Prozeß



ebenfalls Umwandlungen durch s - und p -Einfangungen hervorgerufen. Eine Darstellung der hier vorliegenden Spinkombinationen wird aber dadurch erschwert, daß über die Quantenzustände des auftretenden angeregten Li^{*7} -Kerns nichts Genaues bekannt ist. Es soll deshalb von einer ausführlichen Diskussion dieses Prozesses vorläufig abgesehen werden.

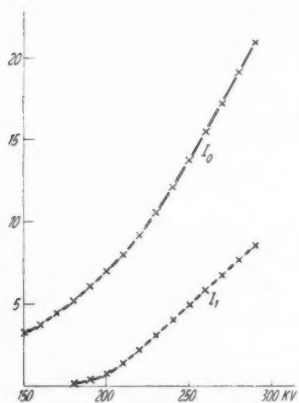
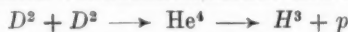


Abb. 9. $\text{Li}^6 + D^2 \rightarrow \text{Li}^7 + p$. Spannungsabhängigkeit der Ausbeute an Protonen durch s - und p -Einfangung

4. Die möglichen Vektorkombinationen sind im Falle



ähnlich denen im obigen Falle. Diesmal ist $i_1 = s_1 = 1$ und $i_2 = s_2 = \frac{1}{2}$.

A. $l_1 = 0$. s -Einfangung hat immer s -Emission zur Folge.

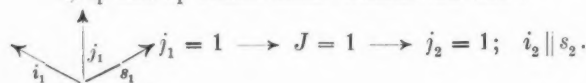
a) $i_1 \parallel s_1 \rightarrow j_1 = 2 \rightarrow J = 2 \rightarrow j_2 = 2$.

Da es keine Möglichkeit gibt, s_2 und i_2 zu einem Werte $j_2 = 2$ zu kombinieren, führt diese Spinstellung nicht zu Kernumwandlungen.

b) i_1 antiparallel s_1 ;

$j_1 = 0 \rightarrow J \rightarrow j_2 = 0$; also s_2 antiparallel i_2 .

c) i_1 und s_1 bilden einen Winkel von 120° .



B. $l_1 = 1$.

a) $s_1 \parallel i_1 \rightarrow j_1 = 2$.

Wegen der Forderung nach R.-S.-Kopplung müßte auch $j_1 = 2$ sein. Dieser Fall führt wie oben a) nicht zu Kernumwandlungen.

b) s_1 antiparallel $i_1 \rightarrow j_1 = 0 \rightarrow J = 1 \rightarrow j_2 = 0$ und $l_2 = 1$; s_2 antiparallel i_2 .

Diese Kombination ist also mit p -Emission verbunden.

c) i_1 und s_1 bilden einen Winkel von 120° .



1. $j_1 \parallel l_1 \rightarrow J = 2 \rightarrow j_2 = 1$; $i_2 \parallel s_2$
 $l_2 = 1$; also p -Emission.

2. j_1 antiparallel $l_1 \rightarrow J = 0$, hat s -Emission zur Folge.

3. j_1 und l_1 bilden einen Winkel 120° .

$j_1 = 1 \rightarrow J = 1 \rightarrow j_2 = 1$; $l_2 = 1$; $i_2 \parallel s_2$
 j_2 und l_2 stehen unter 120° zueinander; also p -Emission.

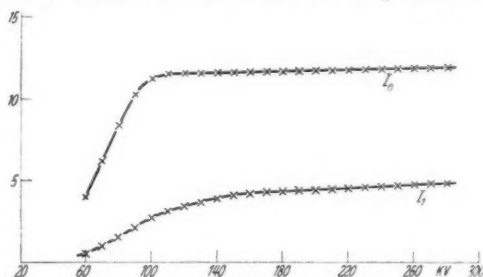


Abb. 10. $D^3 + D^3 \rightarrow H^3 + p$.

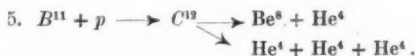
Spannungsabhängigkeit der Ausbeute an Protonen durch s - und p -Einfangung

Unter denselben Annahmen wie im Prozeß 3) kann man auch hier mit Hilfe der bekannten Ausbeutefunktion bei 90° die Anteile für s - und p -Einfangung voneinander trennen. Es ist wieder:

$$I_0 = 2 \cdot N(90)$$

$$I_1 = \frac{2}{3} [N(0) - N(90)].$$

Abb. 10 zeigt die so erhaltenen Kurven. Wieder zeigen die beiden Arten von Umwandlung ganz verschiedenes Aussehen. Der scharfe Knick, den die Kurve für s -Einfangung aufweist, ist bei der Kurve für p -Einfangung kaum merklich.



Es werde der Prozeß, bei dem ein α -Teilchen mit einer Reichweite größer als 40 mm emittiert wird, den man auch mit $B^{11}(p; \alpha) Be^8$ bezeichnet, 5a) genannt; der Prozeß, bei dem α -Teilchen verschiedener Reichweite emittiert werden, sei 5b). Der Umstand, daß

gelegentlich auch α -Teilchen von 5b) Reichweiten größer als 40 mm haben, deren Häufigkeit mit der Spannung nach einer Gamow-Funktion ansteigt, erschwert natürlich die Übersichtlichkeit. Wir wollen diese Teilchen für das Folgende außer acht lassen, obwohl ihre Häufigkeit von der des resonanzunabhängigen Teiles von 5a) sein kann.

Die Winkelverteilung des Prozesses 5a) ist schon mehrfach diskutiert worden(5),(18). Wie schon bemerkt, setzt sich seine Ausbeute zusammen aus einer ausgeprägten Resonanzstelle bei 170 kV und wahrscheinlich noch einem schwachen resonanzunabhängigen Anteil (18). Aus der starken Winkelabhängigkeit der α -Teilchen, die dem Resonanzbereich entstammen, hat man allgemein geschlossen, daß die Resonanzerscheinung aus einer p -Einfangung resultiert.

Daß außer den α -Teilchen der Resonanzstelle auch der resonanzunabhängige Anteil der Ausbeute von 5a) eine unsymmetrische Winkelverteilung aufweist, ist sehr wahrscheinlich, da die Spannungsabhängigkeit der Winkelverteilung für den Prozeß 5a) — an einer dicken Schicht gemessen — der der langen Reichweiten (zwischen 30 und 38 mm) von 5b) gleicht, die vor kurzem von Haxby, Allen und Williams (11) gemessen wurde. Es scheint auch unmittelbar aus den Messungen hervorzugehen, wie oben schon erwähnt wurde.

Die Winkelverteilung für eine dünne Schicht für die Teilchen von 5a) ist bereits in Abb. 7b aufgezeichnet worden. Es ist nun wahrscheinlich, daß nach Messungen von Williams und Mitarb. (17) 5b) einen ungefähr exponentiellen Anstieg seiner Ausbeute mit der Spannung aufweist; und es ist naheliegend zu vermuten, daß der resonanzunabhängige Anteil von 5a) die gleiche Ausbeutekurve besitzt. Unter Zugrundelegung einer solchen erhält man für die Spannungsabhängigkeit des Häufigkeitsverhältnisses an einer dünnen Schicht für 5b) und auch für den Gamowanteil von 5a) die in Abb. 8b aufgezeichnete Kurve. Diese zeigt wie 7b einen steilen Anstieg zwischen 150 und 170 kV, erreicht ein Maximum bei 170 kV und nimmt dann wieder ab; in der Höhe des Maximums unterscheiden sich die beiden Kurven aber beträchtlich.

Dieser ähnliche Verlauf für alle Prozesse $B^{11} + p$ läßt auf folgendes schließen: Bei der Beschiebung von B^{11} durch Protonen ist Umwandlung durch s -Einfangung und durch p -Einfangung möglich. Die stark hervortretende Resonanzerscheinung bei 170 kV ist eine Resonanzstelle in der p -Einfangung. Es scheint nun so zu sein, daß sowohl s - als auch p -Einfangung — ebenso wie in den oben diskutierten anderen Prozessen — jeweils zu mehreren, unter sich verschiedenen Zuständen des Zwischenkerns führt. Die Zustände

durch s -Einfangung führen nun einerseits zu Prozessen 5a), andererseits zu Prozessen 5b); ebenso die Zustände durch p -Einfangung. Dabei scheint einer der durch p -Einfangung entstandenen Zwischenzustände zu einer s -Emission zu führen, da ja die Resonanzerscheinung bei 170 kV auch unter einem Winkel von 90° beobachtet wird. Die Anteile an 5a) und 5b) durch s -Einfangung unterscheiden sich um etwa 2 Größenordnungen; die durch p -Einfangung möglicherweise ebenfalls, die Resonanzerscheinung tritt jedoch bei den Zuständen, die zu 5b) führen, weniger, bei den zu 5a) führenden aber sehr stark in Erscheinung.

Myers (20) berechnete für die Resonanzstelle von 5a) eine Winkelverteilung von der Form $1 + 3 \cdot \cos^2 \varphi$. Die Übereinstimmung mit dem aus den Messungen hervorgehenden Wert (vgl. Abb. 7b) ist gut. Die Annahme, daß der Zwischenkern C^{12} sich in diesem Falle im Zustande 1D_2 befindet, und daß der Grundzustand von B^{11} ein $^2P_{1/2}$ -Zustand ist, scheint demnach zu Recht zu bestehen.

Wie obige Messungen und die angeschlossenen Überlegungen gezeigt haben, werden bei den verwendeten Spannungen Kernumwandlungen in der Hauptsache durch Teilchen mit $l=0$ verursacht. Man mußte erwarten, daß mit zunehmender Stoßenergie auch Teilchen mit höherer Bahndrehimpulsquantenzahl Umwandlungen bewirken können. Der Verlauf der Winkelverteilungskurven und der daraus — wenigstens ungefähr — berechnete Verlauf des Anteils für p -Einfangung an der Ausbeute ist jedoch insofern unerwartet, als dieser bei den verwendeten niedrigen Spannungen schon ganz beträchtlich ist.

Wenn man die für die einzelnen Prozesse wirksamen de Broglie-Wellenlängen ausrechnet, so erhält man die Werte der folgenden Tabelle:

Tabelle 2

Prozeß	Energie in MeV	$\lambda/2\pi$ in cm
$D + D$	0,1	$2,02 \cdot 10^{-12}$
$D + D$	0,05	$2,85 \cdot 10^{-12}$
$Li^6 + D$	0,2	$0,95 \cdot 10^{-12}$
$B^{11} + p$	0,2	$1,1 \cdot 10^{-12}$

Aus der Theorie der Streuung weiß man nun (5), daß eine Streuwirkung für Teilchen mit der Bahndrehimpulsquantenzahl l nur in Erscheinung tritt, wenn $l \cdot \frac{\lambda}{2\pi}$ kleiner ist als die Reichweite der Kernkräfte. Diese beträgt z. B. im Falle $D + D$ etwa $7 \cdot 10^{-13}$ cm (5). Aus der obigen Tabelle erhält man aber für Teilchen mit $l=1$ und etwa

0,05 eMV Energie einen Wert von $2,85 \cdot 10^{-12}$ cm für $L \cdot \frac{\lambda}{2\pi}$, der erheblich größer ist, als man nach den bisherigen Erfahrungen erwarten sollte. Da p -Einfangung auch noch bei kleinerer Deuteronenenergie zu einer Umwandlung führen kann, müßte man schließen, daß die Kräfte zwischen den Deuteronen noch in einem Abstand von mindestens $3 \cdot 10^{-12}$ cm wirksam sind.

Einen ähnlichen Wert für den Radius des Deuterons erhielten Mohr und Pringle (24) bei sorgfältigen Untersuchungen über die Streuung von α -Teilchen an Helium, Wasserstoff und Deuterium. Sie finden nämlich, daß ganz allgemein der Radius der leichtesten Kerne in bezug auf Streuung etwa dreimal größer ist, als man bisher angenommen hatte, also noch größer ist als 10^{-12} cm, in Einklang mit den hier gefundenen Werten.

Der Wirkungsquerschnitt für Umwandlungen ist nun ein Produkt aus [vgl. z. B. H. Bethe (5)]:

1. der Wahrscheinlichkeit, daß das stoßende Teilchen P über den Potentialberg in den Kern A eindringt,

2. einer ebensolchen für den Austritt des Teilchens Q aus dem Potentialtopf von B ,

3. einer inneren Umwandlungswahrscheinlichkeit.

$$\sigma_Q^P \sim P_P \cdot P_Q \cdot s_Q^P.$$

Tabelle 3

 $D + D$:

Energie	0,11 eMV	0,22 eMV	0,33 eMV
P_0	0,0273	0,149	0,312
P_1	0,0003	0,0027	0,0074
Verhältnis P_0/P_1 . . .	91	55	42

 $\text{Li}^6 + D$:

Energie	0,15 eMV	0,3 eMV	
P_0	0,0025	0,0425	—
P_1	0,0001	0,0024	—
Verhältnis	25	17,5	—

 $\text{B}^{11} + p$:

Energie	0,17 eMV	0,255 eMV	
P_0	$7,5 \cdot 10^{-4}$	$6,1 \cdot 10^{-3}$	—
P_1	$4,5 \cdot 10^{-5}$	$4,5 \cdot 10^{-4}$	—
Verhältnis	16,5	13,5	—

Wenn man nur einen einzigen Prozeß betrachtet, kann man P_q außer acht lassen. P_p kann man für die einzelnen Prozesse als Funktion der Energie der stoßenden Teilchen nach einer bei Bethe(5) angegebenen Formel ausrechnen. P_p ist noch eine Funktion des Bahndrehimpulses. In der vorstehenden Tabelle sind für die untersuchten Prozesse die Zahlenwerte zusammengestellt für die Funktionen $P_{l=0}$ und $P_{l=1}$, also für s - und p -Einfangung, für einige Energien der stoßenden Teilchen.

Vergleicht man die Zahlen dieser Tabelle mit den Zahlenwerten, die man für das Verhältnis P_0/P_1 aus den Kurven der Abb. 9 und 10 entnimmt, so sieht man, daß die berechneten Werte alle erheblich kleiner sind. Im Falle $D + D$ unterscheiden sich die gemessenen Werte von den berechneten um ungefähr eine Zehner-Potenz.

Um den bei diesen Spannungen relativ hohen Wirkungsquerschnitt der p -Einfangung zu erklären, könnte man annehmen, daß die „innere Umwandlungswahrscheinlichkeit“ bei den Zuständen der Zwischenkerne, die durch p -Einfangung entstanden sind, ganz allgemein um eine Größenordnung größer ist als bei den durch s -Einfangung entstandenen. Naheliegender ist es allerdings anzunehmen, daß man es mit Resonanzerscheinungen für gewisse Zustände des Zwischenkerns zu tun hat. Die Resonanzbereiche müßten dann aber breit sein. Außerdem würde aus dem bisher vorliegenden Versuchsmaterial hervorgehen, daß bei allen bisher untersuchten Prozessen die p -Einfangungen, sofern sie durch die Auswahlregeln überhaupt erlaubt sind, zu Resonanzerscheinungen führen. Um dies zu entscheiden, wird es notwendig sein, noch andere Prozesse bei geeigneten Primärspannungen zu untersuchen, bei denen man nach den Auswahlregeln p -Einfangungen erwarten kann, und andererseits die Winkelverteilung der bisher schon untersuchten Prozesse bei noch höheren Spannungen zu studieren.

Zusammenfassung

Nach früheren Untersuchungen werden bei einigen Umwandlungsprozessen leichter Atomkerne bei der Beschießung mit Wasserstoffkanalstrahlen die entstehenden Trümmerteilchen nicht nach allen Richtungen hin mit der gleichen Häufigkeit emittiert. Es wurde nun untersucht, ob das Häufigkeitsverhältnis der Teilchen, die unter einem Winkel q und unter 90° zur Kanalstrahlrichtung wegfiegen, sich mit der Energie der stoßenden Teilchen ändert. Die dabei gefundene Spannungsabhängigkeit wurde bei den Prozessen

$$\text{Li}^6(D^2; p) \text{Li}^7, D^2(D^2; p) H^3 \text{ und } B^{11}(p; \alpha) \text{Be}^8$$

im Spannungsbereiche bis 300 kV an im Verhältnis zur Eindringtiefe der Kanalstrahlen dicken Schichten genau gemessen. Dabei zeigte sich, daß beim Prozeß $\text{Li}^6(D; p)\text{Li}^7$ das Häufigkeitsverhältnis für eine extrem dünne Schicht zwischen 180 und 290 kV auf den Wert 1,9—2 ansteigt. Beim Prozeß $D(D; p)H^3$ wurde schon bei Spannungen kleiner als 40 kV eine unsymmetrische Winkelverteilung festgestellt; das Häufigkeitsverhältnis steigt mit der Spannung allmählich auf den Wert 2—2,1 bei 280 kV an. Beim Prozeß $B^{11}(p; \alpha)\text{Be}^9$ ergibt sich ein starkes resonanzähnliches Maximum des Häufigkeitsverhältnisses bei der bekannten Resonanzstelle des Prozesses bei 170 kV.

Die unsymmetrische räumliche Verteilung der Kerntürmmer kommt dadurch zustande, daß bei den verwendeten Spannungen außer den Wasserstoffkernen mit der Bahndrehimpulsquantenzahl $l_1 = 0$ auch solche mit $l_1 = 1$ Umwandlungsprozesse hervorrufen. Es werden die nach den Auswahlregeln erlaubten Kombinationen der Drehimpulse der an der Umwandlung beteiligten Atomkerne für die Prozesse $\text{Li}^6 + D$ und $D + D$ diskutiert. Unter gewissen Annahmen ist es möglich, die Anteile für s - und p -Einfangung an der Gesamtausbeute voneinander zu trennen und ihre Spannungsabhängigkeit gesondert zu verfolgen.

Vor allem beim Prozeß $D + D$ ist der Anteil der p -Einfangung im Vergleich zur s -Einfangung erheblich größer, als man nach der Theorie erwarten sollte.

Daß im Prozeß $D + D$ bereits bei Spannungen unterhalb 50 kV auch Umwandlungen durch p -Einfangung auftreten, deutet darauf hin, daß die Reichweite der Kernkräfte zwischen den Deuteronen etwa 3—4mal größer sein muß, als man bisher angenommen hatte.

Herrn Prof. Dr. F. Kirchner möchte ich für sein dauerndes Interesse an dem Fortgang dieser Untersuchungen, sowie für die Bereitstellung der Institutsmittel herzlich danken. Ferner danke ich Herrn Dr. C. Reinsberg, Bonn, für lehrreiche Diskussionen. Herrn Dr. K. Fink, der mir in entgegenkommender Weise zu den ersten Messungen Teile seiner Apparatur zur Verfügung stellte, danke ich für wertvolle Ratschläge. Schließlich danken wir der Firma Linde's Eismaschinen-A.-G., Höllriegelskreuth, für die Überlassung von Argon.

Literaturverzeichnis

- 1) A. E. Kempton, B. C. Browne u. R. Maasdorp, Proc. Roy. Soc. London **157**. S. 386. 1936.
- 2) H. Neuert, Physik. Ztschr. **38**. S. 122, 618. 1937.
- 3) F. Kirchner, Physik. Ztschr. **34**. S. 785. 1933.

- 4) C. Reinsberg, Ztschr. f. Phys. **108**. S. 189. 1938.
- 5) H. Bethe, Rev. Mod. Phys. **9**. S. 69. 1937.
- 6) H. Neuert, Naturw. **26**. S. 429. 1938; **27**. S. 30. 1939; Ztschr. f. techn. Phys. **19**. S. 576. 1938.
- 7) F. Kirchner, Physik. Ztschr. **34**. S. 777. 1933; H. Neuert, Physik. Ztschr. **36**. S. 629. 1935.
- 8) C. Hailer, Wiss. Veröff. Siemens-Werke **17**. S. 115. 1938.
- 9) K. Fink, Ann. d. Phys. [5] **34**. S. 717. 1939.
- 10) J. Giarratana u. C. G. Brennecke, Phys. Rev. **49**. S. 35. 1936.
- 11) R. O. Haxby, J. S. Allen u. J. H. Williams, Phys. Rev. **55**. S. 140. 1939.
- 12) J. H. Williams, W. G. Shepherd u. R. O. Haxby, Phys. Rev. **52**. S. 390. 1937.
- 13) H. Rumbaugh, R. Roberts u. L. R. Hafstad, Phys. Rev. **54**. S. 662. 1938.
- 14) M. L. Oliphant, P. Harteck u. Lord Rutherford, Proc. Roy. Soc. London **144**. S. 698. 1934.
- 15) R. Ladenburg u. M. H. Kanner, Phys. Rev. **52**. S. 911. 1937.
- 16) A. E. Ellett, J. A. Van Allen u. D. S. Bayley, Phys. Rev. **55**. S. 1129. 1939.
- 17) J. H. Williams, W. H. Wells, J. H. Tate u. E. L. Hill, Phys. Rev. **51**. S. 434. 1937.
- 18) R. B. Bowersox, Phys. Rev. **55**. S. 323. 1939.
- 19) J. R. Oppenheimer u. R. Serber, Phys. Rev. **53**. S. 636. 1938.
- 20) R. D. Myers, Phys. Rev. **54**. S. 361. 1938.
- 21) M. Goldhaber, Proc. Camb. Phil. Soc. **30**. S. 561. 1934.
- 22) E. Wigner, Gött. Nachrichten 1927. S. 374.
- 23) E. J. Konopinski u. H. A. Bethe, Phys. Rev. **54**. S. 130. 1938.
- 24) C. B. O. Mohr u. G. E. Pringle, Proc. Roy. Soc. London **160**. S. 190. 1937.

Köln a. Rh., Physikalisches Institut der Universität.

(Eingegangen 10. August 1939)

Über die optischen Eigenschaften des Quarzes bei den Wellenlängen 8–20 μ

Von Werner Stein

(Mit 16 Abbildungen)

Einleitung

Quarz ist eine im Ultrarot besonders gründlich untersuchte Substanz. Die folgenden Literaturzitate berücksichtigen nur die für die Einordnung der hier mitgeteilten Messungen wesentlichen und neueren Arbeiten¹⁾.

Das ultrarote Reflexionsspektrum des kristallinen Quarzes ist von 1–300 μ durchgängig bekannt. Reinkober (1) bestimmte es von 1–15 μ , Liebisch und Rubens (2) von 15–300 μ , wobei allerdings sein Verlauf für Wellenlängen größer als 20 μ durch die wenigen mit Reststrahlen erreichbaren Meßpunkte nur näherungsweise dargestellt ist. Dagegen bestand für das Durchlässigkeitspektrum eine Lücke zwischen den Messungen von Drummond (3) von 1–7,5 μ und denen von Barnes (4) zwischen 25 und 135 μ . Über das Zwischengebiet gab es nur eine kurze Bemerkung in einer älteren Arbeit aus dem Jahre 1899. Rosenthal (5) wies in ihr darauf hin, daß eine 0,1 mm dicke kristalline Quarzplatte zwischen 10 und 20 μ durchlässig ist, mit einem Maximum von 35% bei 16 μ . Zu Beginn der hier mitgeteilten Messungen war dieser Hinweis in Vergessenheit geraten. Sie nahmen vielmehr ihren Ausgang von einer zufälligen Beobachtung. Es zeigte sich, daß im Grundspektrum einer Spektrometerapparatur für Untersuchungen im langwelligen Ultrarot ein scharfes und starkes Maximum bei 17 μ auftrat, obwohl sich 0,4 mm dicker kristalliner Quarz im Strahlengang befand, die bisher übliche Filtersubstanz zur Absorption der Wellenlängen von etwa 5–30 μ . Wurde auch die Erscheinung in diesem Fall durch ein Laminargitter mit einem Intensitätsmaximum bei 17 μ im Spektrum 1. Ordnung verstärkt, zeigte sie doch die Möglichkeit und ein praktisches Interesse für genauere Durchlässigkeitsmessungen in diesem Gebiet.

1) Ausführliche Literaturangaben bei Cl. Schaefer u. F. Matossi, Das ultrarote Spektrum, Berlin 1930. S. 314; M. Czerny u. H. Röder, *Erg. d. exakt. Naturwiss.* 17. S. 99. Berlin 1938.

So ergab sich die Aufgabe, unter Verwendung hinreichend dünner Quarzplatten und Berücksichtigung des bei kristallinem Quarz auftretenden Dichroismus im Wellenlängenbereich von etwa 8–20 μ Durchlässigkeitsmessungen zu machen. Hieraus waren, auch unter Heranziehung von Reflexionsmessungen, Schlüsse auf die optischen Konstanten zu ziehen. Der amorphe Quarz war wenigstens so weit zu berücksichtigen, daß er sich mit dem kristallinen in den Hauptzügen vergleichen ließ.

Für 0,07 mm dicken amorphen Quarz hatte Reinkober (1) bei 11 μ eine Durchlässigkeit von 30% gefunden. Genauere Messungen mit zum Teil hoher Auflösung wurden bis 13,5 μ von Parlin (6) ausgeführt. Er benutzte dabei sehr dünne Schichtdicken bis hinab zu 1,5 μ . Sonst schließen sich wie beim kristallinen Quarz die Arbeiten (3) und (4) an das Wellenlängenintervall dieser Arbeit an. Das Reflexionsvermögen des amorphen Quarzes findet man für die Wellenlängen 1–15 μ bei Reinkober (1), von 8–24 μ bei Matossi und Bluschke (7).

In diesem Zusammenhang sei erwähnt, daß Coblentz bei 0,001 mm dickem Glas nicht näher gekennzeichneten Zusammensetzung bei der Wellenlänge 11 μ ein Durchlässigkeitsmaximum von 70% fand¹⁾.

Die experimentelle Anordnung. In der Abb. 1 ist der Strahlengang in der Apparatur skizziert. Als Strahlenquelle wurde ein Auerbrenner benutzt. Zunächst beseitigte als einziges Filter Kampferruß auf einer Zaponlackhaut die sichtbare und kurzwellige ultrarote Strahlung, machte sich aber auch noch im Meßbereich mit etwa 50% Absorption bemerkbar. Mit einer 0,18 mm dicken Glasklappe²⁾ hinter dem Rußfilter wurde der Strahlung der Weg zum Empfänger versperrt oder freigegeben. Sie ließ die vom Auerbrenner ausgestrahlte starke CO₂-Bande bei 4,2 μ noch zum größten Teil (etwa 80%) durch, so daß kurzwellige Streustrahlung dieses und kürzerwelligen Ursprungs kaum zur Geltung kommen konnte. Für die Wellenlängen größer als 8 μ war die Klappe völlig undurchlässig.

Da, es nützlich erschien, die Durchlässigkeitsmessungen mit eigenen Reflexionsmessungen vergleichen zu können, denen die gleiche Wellenlängenzuordnung und spektrale Auflösung zukommt, wurde hinter dem die Lichtquelle auf den Spalt abbildenden Hohlspiegel (Brennweite $f = 25$ cm, Durchmesser $d = 8$ cm) eine Reflexionsvorrichtung angebracht. Auf einer Grundplatte war ein ebener Aluminium-

1) Vgl. die Monographie von J. Lecomte, Le spectre infrarouge S. 189. 1929.

2) Glasplatten dieser Dicke sind bis zur Größe 120 × 120 mm von der Firma Deutsche Spiegelglas A.-G., Grünenplan, erhältlich.

spiegel und eine mehrere Millimeter dicke Quarzplatte aufgekittet. Beide hatten 5 cm Durchmesser und konnten mit genau gleicher räumlicher Orientierung ihrer Oberflächen vor eine Blendenöffnung in den Strahlengang gedreht werden. Der Reflexionswinkel betrug ungefähr 5° .

Da der ordentliche und außerordentliche Strahl im Quarz getrennt und möglichst direkt untersucht werden sollten, wurde un-

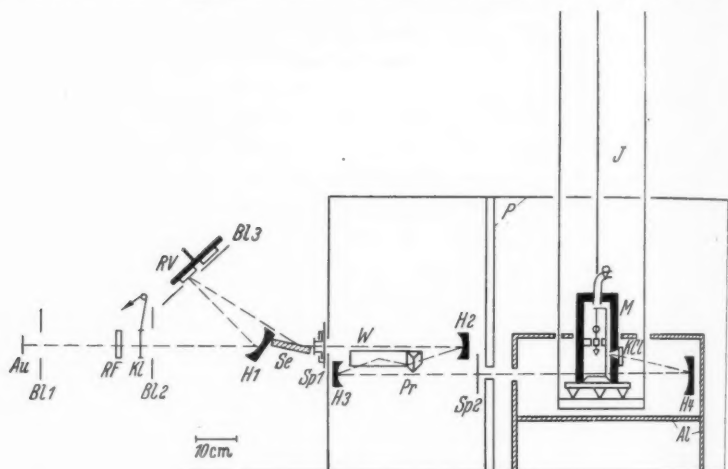


Abb. 1. Strahlengang.

<i>Au</i> Auerbrenner	<i>Sp</i> Eingangsspalt mit Präparatträger, bzw. Ausgangsspalt
<i>Bl</i> Blenden	<i>Pr</i> Prisma
<i>RF</i> Rußfilter	<i>W</i> Wadsworthspiegel
<i>Kl</i> Glasklappe mit Schnurzug	<i>M</i> Mikroradiometer
<i>H</i> Hohlspiegel	<i>KCl</i> Sylvinfenster
<i>RV</i> Reflexionsvorrichtung mit Quarz- und <i>Al</i> -Spiegel	<i>J</i> Juliusche Aufhängung
<i>Se</i> polarisierender Selen Spiegel	<i>P</i> Pappkästen
	<i>Al</i> Aluminiumkasten

mittelbar vor dem Spektrometer-Eingangsspalt ein Selen Spiegel als Polarisator angebracht. Von den beiden möglichen Orientierungen der Spiegelnormale wurde die gewählt, bei der der reflektierte elektrische Lichtvektor bei der Reflexion am Prisma in die Einfallsebene zu liegen kam, so daß dort nicht durch höhere Reflexion ein vermeidbarer Intensitätsverlust eintrat.

Zur spektralen Zerlegung wurde ein Prismenspektrometer mit Hohlspiegelloptik verwandt. Beide Hohlspiegel besaßen 35 cm Brennweite und 5 cm Durchmesser und waren im Vakuum mit Aluminium

bedampft worden, wie alle Hohl- und Planspiegel dieser Anordnung. Für den Wellenlängenbereich bis $14,5 \mu$ wurde ein Sylvinprisma benutzt, ab $14,5 \mu$ ein KBr-Prisma. Näheres über die Prismen folgt im Abschnitt über die Wellenlängenbestimmung.

Auf der der Lichtquelle zugewandten Seite des Eingangspaltes befanden sich Gleitschienen für einen Schlitten, der die Quarzpräparate trug. Dieser Schlitten besaß drei Öffnungen mit kreiszylindrischen Fassungen zur Aufnahme der Präparatsträger, die sich darin leicht drehen ließen, so daß der Quarz beliebig gegenüber der Polarisationsrichtung gedreht werden konnte. Die Quarzplatten befanden sich so direkt vor dem Spalt. Mit einem Stahlseilzug konnte der Schlitten vom Platz des Beobachters aus verschoben werden.

Der Spektrometer-Ausgangsspalt wurde mit einem Hohlspiegel ($f = 20 \text{ cm}$, $d = 9 \text{ cm}$) auf das Empfängersystem abgebildet. Als Empfänger diente ein Mikroradiometer üblicher Form mit einer 5 mm dicken KCl-Platte als Fenster.

Die Quarzplatten. Es wurden 5 kristalline Quarzplatten zwischen 10 und 160μ Dicke benutzt. Sie waren von der Firma Dr. Steeg & Reuter, Homburg v. d. H., hergestellt. Die Dünnscheibe bedeckte eine freie Öffnung von 8 mm, die übrigen eine von 15 mm. Sie waren parallel zur optischen Achse geschnitten. Die Lage des kristallographischen Achsenkreuzes wurde zwischen gekreuzten Nichols bestimmt. Zur genauen Dickenbestimmung wurde polarisiertes Licht einer Bogenlampe nahezu senkrecht an den Quarzplatten reflektiert und dann in einem Spektrometer untersucht. Die Lage und Zahl der Interferenzstreifen im sichtbaren, kontinuierlichen Spektrum wurde graphisch ausgewertet. Diese Messungen lieferten für die Platten I—V folgende Dicken:

I	$157,8 \pm 3 \mu$,
II	$83,0 \pm 2 \mu$,
III	$36,2 \pm 1 \mu$,
IV	$20,7 \pm 0,5 \mu$,
V	$12,8 \pm 0,5 \mu$.

Der Wert für die Platte V befindet sich in hinreichender Übereinstimmung mit dem Ergebnis einer Dickenmessung durch Flächen- und Gewichtsbestimmung. Dabei wurden $13,5 \mu$ erhalten.

Die Zuordnung der optischen Achse zu einer bestimmten Richtung des kristallographischen Achsenkreuzes ergab sich prinzipiell aus dem bekannten Unterschied der Brechungsindizes des ordentlichen und außerordentlichen Strahles für sichtbares Licht. Für den größeren Brechungsindex des außerordentlichen Strahles mußten die Interferenzstreifen enger liegen. Der Effekt war nur sehr klein und

unsicher nachweisbar, wie es bei dem kleinen Unterschied der Brechungsindizes (noch nicht 1%) zu erwarten war. Jedoch läßt ein Vergleich der Reflexionsmessungen mit Messungen anderer Autoren [(1) und (2)] und die enge Analogie der Durchlässigkeitsmessungen zu diesen die Zuordnung nicht zweifelhaft erscheinen.

Zur Prüfung der Dickenvariation wurden die Kurven gleicher Dicke im Lichte einer Natriumdampflampe sichtbar gemacht. Gegenüber der gemessenen Dicke in der Mitte der Platten ergaben sich Dickenvariationen bis zu $1,5 \mu$ bei den dünneren, bis zu 3μ bei den dickeren Platten. Die Platten wurden vor dem Spalt mit ihrer optischen Achse einmal parallel und einmal senkrecht zum linear polarisierten Lichtvektor gestellt, so daß bei beiden Messungen verschiedene Gebiete der Platten durchstrahlt wurden. Die Lage der Höhenlinien zeigte aber, daß die mittleren Dicken in beiden Fällen sich nur um geringe Bruchteile der maximalen Dickenvariation unterscheiden konnten.

Zur Aufnahme des Durchlässigkeitsspektrums von Quarzglas wurde eine Platte von $48,7 \pm 1 \mu$ Dicke verwandt.

Die Wellenlängenbestimmung. Das KCl-Prisma, das bis $14,5 \mu$ benutzt wurde, hatte einen brechenden Winkel $\varphi = 54^\circ 52,8' \pm 0,5'$, eine Basis $b = 41$ mm und eine Höhe $h = 50$ mm. Beim KBr-Prisma für die Messungen über $14,5 \mu$ waren $\varphi = 60^\circ 24,0' \pm 0,5'$, $b = 56$ mm und $h = 49$ mm. Zur Eichung des Spektrometers wurden als Brechungsexponenten für Sylvin die Werte von Paschen (8), für KBr die Werte von Korth (9) benutzt. Die Werte von Korth mußten von 38°C auf Zimmertemperatur umgerechnet werden, da die Prismen nicht geheizt wurden. Der Temperaturkoeffizient ist aber bisher nur für $\lambda = 5460 \text{ \AA}$ bekannt, wo er $-0,000036$ beträgt (9). Seine Verwendung im Ultraroten ist nicht ohne weiteres berechtigt, wie die Messungen an NaCl und KCl von Liebreich (10) zeigen. Danach dürfte er im Bereich von $10\text{--}20 \mu$ eher kleiner sein. Benutzt man ihn aber als maximale Korrektur, so fällt die Abänderung der Brechungsexponenten noch in das von Korth für die Wellenlängengenauigkeit angegebene Fehlerintervall $\pm 0,1\text{--}0,2 \mu$. Deshalb wurde zunächst so verfahren.

Der zur Eichung notwendige Brechungsindex für die Na-D-Linie wurde für das KBr-Prisma aus dem brechenden Winkel und dem Minimum der Ablenkung nach eigenen Messungen bestimmt. Er betrug bei 20°C $1,5602 \pm 0,0002$. Dieser zur Eichung benutzte Wert liegt höher als der aus den Messungen Gyulais interpolierte (11). Die Interpolation ergab für Zimmertemperatur den Wert $1,5591$. Das deutet vielleicht darauf hin, daß die aus dem Schmelzfluß künstlich

gewonnenen KBr-Kristalle in ihren optischen Eigenschaften ein wenig variieren (das KBr-Prisma bestand wie die von Gyulai und Korth aus solchem Material vom Göttinger I. Physikalischen Institut). Als Grund kämen Verunreinigungen oder Spannungsdoppelbrechung in Frage. Für den zweiten Grund spricht, daß das KBr-Prisma zwischen gekreuzten Nichols deutlich Doppelbrechung zeigte. Dieselbe Erscheinung zeigte auch das KCl-Prisma.

Zur Kontrolle wurde die Eichung im Ultraroten mit Banden bekannter Wellenlänge verglichen. Dazu wurde mit dem KCl-Prisma die Absorption des Äthylalkohols bei $11,2 \mu$ und die CO_2 -Bande der Zimmerluft bei 15μ untersucht, letztere auch mit dem KBr-Prisma. Der Vorschlag, die Alkoholabsorption wegen ihrer Schärfe zur Eichung zu verwenden, stammt von Shearin und Plyler (12), die diese Absorption mit hoher spektraler Auflösung ausgemessen haben. Die Nachprüfung der KCl-Eichung mit einem Tropfen Alkohol zwischen zwei KBr-Platten ergab, daß sie an dieser Stelle um $0,1 \mu$ von den berechneten Wellenlängen abwich. Verschoß man die ganze Wellenlängenskala um $0,1 \mu$ nach kürzeren Wellen, so ergab sich auch Übereinstimmung mit der CO_2 -Bande der Zimmerluft bei 15μ .

Zur Kontrolle der Eichung des KBr-Prismas wurde dieselbe CO_2 -Bande untersucht. In ihr findet man bei schwacher Auflösung 4 Absorptionsstellen bei $13,9$, $14,97$, $15,4$ und $16,2 \mu$ (13). Die letzten drei wurden mit dem KBr-Prisma beobachtet und ergaben, daß die berechneten Wellenlängen um $0,5 \mu$ zu klein waren. Es liegt nahe, anzunehmen, daß diese Abweichung im Ultraroten mit der oben erwähnten Diskrepanz der Berechnungsindizes für die Na-Linie im Zusammenhang steht, besonders, da auch hier eine Erhöhung des Brechungsexponenten die Übereinstimmung verbessern würde. Durch eine Verschiebung der Wellenlängenskala um $0,5 \mu$ ergab sich auch Übereinstimmung für das Reflexionsmaximum des außerordentlichen Strahles bei $19,25 \mu$ mit der Lage des entsprechenden Maximums bei Korth (9), aufgenommen mit einer interferometrisch geeichten Apparatur.

Da nach Anbringung dieser Korrekturen auch die Lage des Durchlässigkeitsminimums für den ordentlichen Strahl bei $14,35 \mu$ für beide Prismen übereinstimmte, wurden die so ermittelten Wellenlängen der Darstellung der Meßergebnisse zugrunde gelegt. Der Fehler der endgültigen Zuordnung dürfte $\pm 0,1 \mu$ nicht überschreiten.

Meßmethode und Ergebnisse. Die Empfindlichkeit des Mikroradiometers zeigte sich abhängig von der Stellung der Drahtschleife im Magnetfeld. Deshalb wurde vor jeder Meßreihe das Mikroradiometersystem durch dauernde Bestrahlung mit einer von einem Akku-

mulator gespeisten Taschenlampenglühbirne in die empfindlichste Stellung gebracht. Andernfalls konnte die Empfindlichkeitsvariation einen bei genauer Proportionalität zur Intensität z. B. 30 mm großen Ausschlag maximal um 5% vergrößern. Im Maximum der Empfindlichkeit war ihre Veränderlichkeit klein genug, um vernachlässigt zu werden.

Bei gleicher Wellenlänge wurden abwechselnd Messungen mit leerem Präparatträger und Quarzträgern gemacht. Dadurch war es

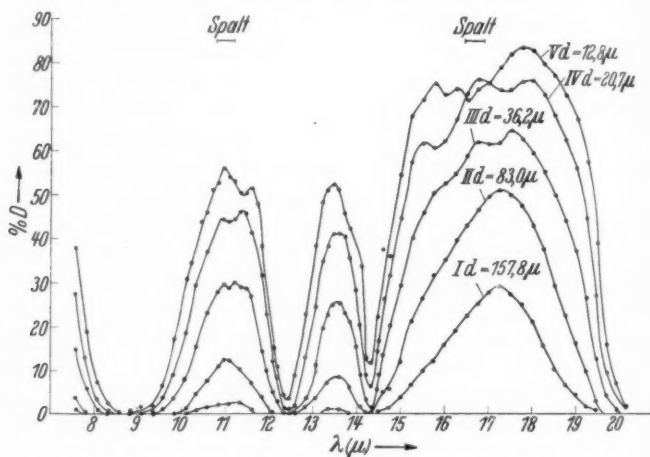


Abb. 2. Durchlässigkeit kristalliner Quarzplatten verschiedener Dicke d für den ordentlichen Strahl. Bei $14,5 \mu$ Prismawechsel

weitgehend sichergestellt, daß die Intensitätsänderungen nur durch Quarz bedingt waren.

Die Meßpunktdichte wurde dem Kurvenverlauf angepaßt, d. h. sie ist in der Umgebung der Extremwerte von Durchlässigkeit und Reflexion am größten. Auf die Spaltbreite kamen mindestens zwei Meßpunkte.

Die ermittelten Ergebnisse der Durchlässigkeitsmessungen am kristallinen Quarz sind in Abb. 2 und 3 dargestellt. Abb. 2 zeigt sie bei den 5 Platten für den ordentlichen Strahl, der elektrische Vektor stand senkrecht zur optischen Achse. Dasselbe zeigt Abb. 3 für den außerordentlichen Strahl, nachdem also die Platten vor dem Spalt um 90° gedreht waren. Zum Vergleich damit sind die eigenen Reflexionsmessungen in Abb. 4 und 5 wiedergegeben. Diese sind bereits darauf korrigiert, daß der zum Vergleich benutzte Aluminiumspiegel

nicht ganz 100% reflektierte. Die geringe Abweichung von 100% wurde durch die Hagen-Rubenssche Beziehung $(1 - R)^2 = 0,365^2 \frac{r}{\lambda (\mu)}$

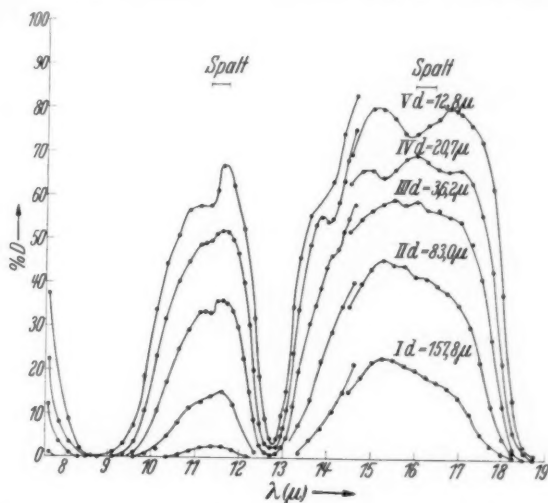


Abb. 3. Durchlässigkeit kristalliner Quarzplatten verschiedener Dicke d für den außerordentlichen Strahl. Bei 14,5 μ Prismawechsel

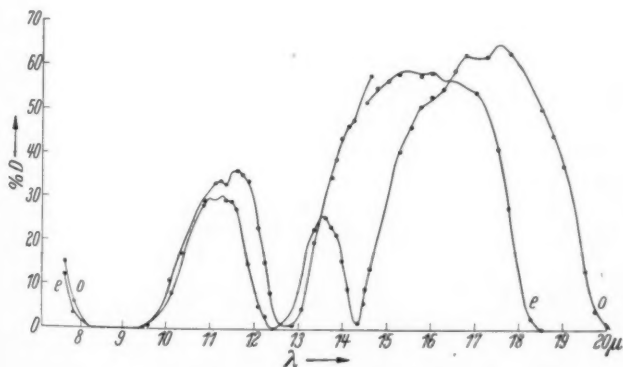


Abb. 3a. Gegenüberstellung der Durchlässigkeitsmessungen an Platte III ($d=36,2 \mu$) für den ordentlichen (o) und außerordentlichen (e) Strahl zur Verdeutlichung des Dichroismus

korrigiert, mit einem spezifischen Widerstand $r = 0,027 \text{ Ohm} \cdot \text{mm}^2/\text{m}$.

Abb. 6 zeigt die Durchlässigkeit der amorphen Quarzplatte.

Die eingezeichneten Werte sind Mittelwerte aus mehreren Messungen. Außer der eben genannten für die Reflexion enthalten sie keine Korrekturen.

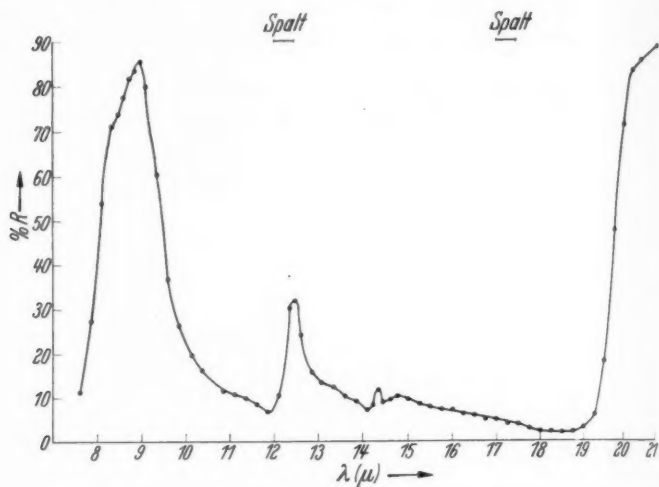


Abb. 4. Reflexion des ordentlichen Strahles am kristallinen Quarz. Prismawechsel bei $14,5 \mu$

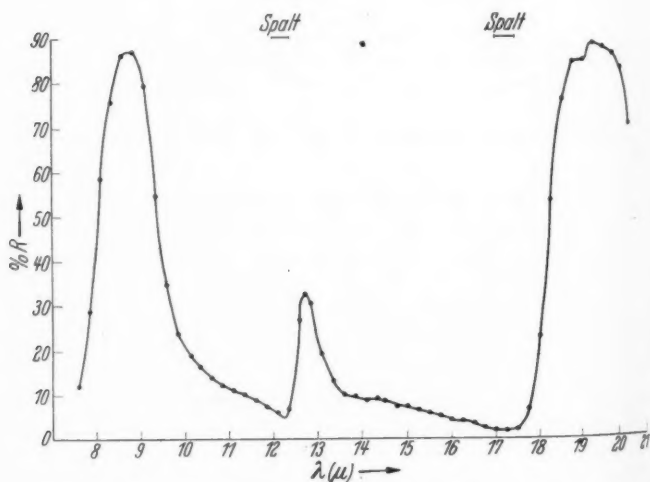


Abb. 5. Wie Abb. 4 für den außerordentlichen Strahl

Abgesehen von feineren Einzelheiten, über deren Realität erst die nähere Fehlerdiskussion entscheiden kann, ergaben also die Messungen am kristallinen Quarz, daß der Verlauf der Absorption mit dem der Reflexion weitgehend parallel geht. Auch liegen in beiden Spektren die Maxima bei den gleichen Wellenlängen. Jedoch tritt in der Absorption ein stärkerer Dichroismus bei $14,4 \mu$ auf, wo nur der ordentliche Strahl ein Absorptionsmaximum hat. Am stärksten ist der Dichroismus bei $18,5 \mu$, in Übereinstimmung mit dem Reflexionsverlauf. Der Quarz ist dort ein wirksames Polarisationsfilter. In

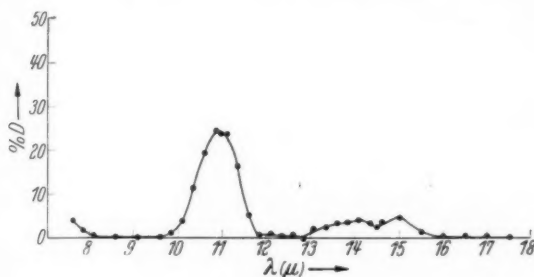


Abb. 6. Durchlässigkeit einer $48,7 \mu$ dicken amorphen Quarzplatte. Prismawechsel bei $14,5 \mu$

Abb. 3a sind die Durchlässigkeiten der Platte III für den ordentlichen und außerordentlichen Strahl gegenüber gestellt, um den Dichroismus deutlicher zu zeigen. Auffällig ist die starke Durchlässigkeit bei $16,5 \mu$. Sie fehlt bemerkenswerterweise bei den Messungen am Quarzglas (Abb. 6), obwohl bei kürzeren Wellenlängen sich der amorphe Quarz dem kristallinen sehr ähnlich verhält.

Die Reflexionsmessungen stimmen mit denen anderer Autoren innerhalb der Fehlergrenzen überein. Nur beim langwelligen Maximum für den außerordentlichen Strahl ergab sich eine reproduzierbare Strukturandeutung.

a) *Der zufällige Fehler.* Die Genauigkeit des einzelnen Meßpunktes wird im wesentlichen durch die Unruhe des Mikroradiometersystems gegeben, die sich als Nullpunktsschwankungen bemerkbar macht. Als Resultat kann den in Prozenten angegebenen Werten der Durchlässigkeit und Reflexion unabhängig von ihrer Größe ein mittlerer Fehler von einer Einheit zugeschrieben werden (das Fehlerintervall einer Durchlässigkeit von 5% erstreckt sich also von $4-6\%$). Dieses Intervall gibt aber eher eine obere Grenze. Nur am Ende des Meßbereiches mit dem KCl-Prisma, wo die Grundintensität wegen

der KCl- und CO_2 -Absorption stark absank, dürfte das oben angegebene Fehlerintervall etwas zu klein sein. Für die dünnste Platte V gelten etwa die doppelten Fehler, da wegen ihrer geringeren Größe nur mit halber Spaltenlänge gearbeitet werden konnte. Aber auch für diese Platte dürfte die oben genannte Grenze nur zwischen 13 und $14,5 \mu$ zu eng sein.

Einfluß der Spaltbreite. Da allein schon der Polarisationspiegel 75% der auffallenden Strahlung vernichtete, mußten die Spalte weiter geöffnet werden, als es sonst in diesem Spektralbereich üblich ist. Das war nötig, um den eben diskutierten Fehler genügend klein zu halten, der ja absolut konstant bleibt, und daher mit wachsender Grundintensität geringer wird. Bei den Messungen mit dem KCl-Prisma wurden beide Spalte 0,7 mm, bei denen mit KBr-Prisma 1,0 mm weit geöffnet. Die als Spaltbreite meist angegebene Halbwertsbreite des dreieckförmigen Intensitätsverlaufes im Ausgangsspalt variierte im Meßbereich des KCl-Prismas ($7,5$ — $14,5 \mu$) von $0,5$ — $0,3 \mu$, für den des KBr-Prismas ($14,5$ — 20μ) von $0,5$ — $0,4 \mu$.

Um den Einfluß der endlichen Spaltbreite zu korrigieren, wurde das Verfahren von Paschen und Runge (14) angewandt. Da die Korrekturen im Grundspektrum gegen die im Quarzspektrum klein waren, konnte man es direkt auf die wiedergegebenen Durchlässigkeits- und Reflexionskurven anwenden; besonders weil wegen der großen Spaltbreite nur die ungefähre Fehlergröße zu ermitteln war. Das zeigte bei der Rechnung die schlechte Konvergenz des Verfahrens. Die angegebenen Korrekturen sind eher zu klein.

Für die Durchlässigkeitskurven des kristallinen Quarzes ergaben sich so folgende Korrekturen:

Bei $12,4 \mu$ wird der ordentliche Strahl von allen Platten vollständig absorbiert ($D < 0,5\%$);

bei $12,75 \mu$ wird der außerordentliche Strahl von allen Platten vollständig absorbiert ($D < 0,5\%$);

bei $14,3 \mu$ wird der ordentliche Strahl von den Platten I—III vollständig absorbiert ($D < 0,5\%$); die Durchlässigkeit von IV und V erniedrigt sich um etwa $0,03$ — $0,04$.

Die Durchlässigkeiten in den Maxima erhöhen sich höchstens um $0,01$ — $0,02$.

Für die Reflexionskurven ergab die Korrektur:

Bei 9μ eine Erhöhung der Maxima beider Polarisationsrichtungen um $0,03$;

bei $12,5 \mu$ dasselbe um $0,04$.

Der Einfluß der Spaltbreite machte sich auch an der Grenze der beiden Meßbereiche mit verschiedenen Prismen geltend. Dort

sprang sie von 0,3 auf 0,5 μ . Beim ordentlichen Strahl, wo der Übergang in der Mitte eines geradlinigen Intensitätsanstieges erfolgt, ist ihr Einfluß klein und der Anschluß befriedigend. Anders ist es beim außerordentlichen Strahl in der Nähe eines Maximums. Trotz der geringeren Genauigkeit der Messungen mit dem KCl-Prisma an dieser Stelle ist kein Zweifel an der Realität dieser Abweichungen.

Das zeigten auch Messungen mit halber Spaltbreite und KBr-Prisma an den Platten III und IV. Der Anschluß an den anderen Meßbereich war wesentlich besser. Zwar wurden diese Messungen aus Intensitätsgründen ohne Rußfilter im Strahlengang vorgenommen, und bis zu 3% der Grundintensität konnten kurzwellige Streustrahlungen sein, jedoch erhöht diese die hohen Durchlässigkeiten, die hier in Frage kommen, nur etwa um 0,01. Wie außerdem der breitere Spalt die Lage von Maxima und Minima verlagern kann, ist bei der Diskussion von Interferenzerscheinungen an einer dieser Messungen mit halber Spaltbreite gezeigt. Die betreffenden Messungen an Platte IV sind in Abb. 7 wiedergegeben.

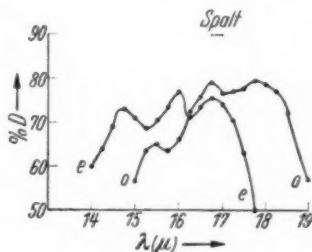


Abb. 7. Durchlässigkeit der Platte IV (d 20,7 μ) bei kleinerer Spaltbreite. o ordentlicher, e außerordentlicher Strahl

Schließlich wurde eine Art Umkehrung der Paschen-Runge-Korrektur untersucht, welche prozentuale Durchlässigkeitskurve man für unendlich schmalen Spalt in der Nähe einer Absorptionsstelle zugrunde legen mußte, um daraus durch eine Integration über die tatsächlich benutzte Spaltbreite die aus den Messungen berechnete Kurve zu erhalten. Wie zu erwarten, ergaben sich so steilere und breitere Absorptionsmaxima.

Zusammenfassend muß man sagen, daß die endliche Spaltbreite den Durchlässigkeitsverlauf besonders der dünnsten Platten nicht unerheblich modifiziert. Doch läßt sich Richtung und ungefähre Größe des Fehlers mit Hilfe obiger Angaben so übersehen, daß die auf ihm beruhende Unsicherheit der Messungen wesentlich eingeschränkt wird.

Falsche Strahlung und Polarisationsfehler. Wie schon angegeben, dienen zum Fernhalten etwaiger Spuren falscher kürzerwelliger Strahlung das Rußfilter, die bis über 4 μ durchlässige Glasklappe und eine definierte Führung des Strahlenganges durch enge Blenden.

zahl m angegeben. Unter jeder Wellenlänge steht der aus diesen Betrachtungen gewonnene Brechungsindex n . Die Tab. 1 enthält die Zahlen, die durch die Interferenzgleichung $2n \cdot d = m \lambda(\mu)$ verknüpft sind, für den ordentlichen Strahl.

Die Tab. 2 gibt die analogen Zahlen für den außerordentlichen Strahl.

Tabelle 2

Quantitative Auswertung der Interferenzgleichung $2n \cdot d = m \lambda(\mu)$
für den außerordentlichen Strahl

Platten- dicke $d(\mu)$	m	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5	5,5	6	6,5	7	7,5	8
36,2	$\lambda(\mu)$								16,6	16,3	16,15	16,0	15,6	15,2
	n								1,26	1,35	1,45	1,55	1,61	1,67
20,7	$\lambda(\mu)$			16,75	16,25	16,0	15,25	14,8	14,0					
	n			1,21	1,37	1,55	1,66	1,79	1,86					
12,8	$\lambda(\mu)$	16,5	15,9	14,9										
	n	1,29	1,56	1,75										

Zur Aufstellung der zweiten Tabelle wurden wesentlich die Messungen mit halber Spaltbreite an der Platte IV benutzt, die eine schärfere und etwas verschobene Lage der Interferenzen ergaben. Für den ordentlichen Strahl war das nicht in dem Maße der Fall (Abb. 7). Die Interferenzen an Platte III liegen besonders für den außerordentlichen Strahl zum Teil zu eng, um noch aufgelöst zu werden.

Das kleine Minimum für den ordentlichen Strahl und Platte V bei 16μ wird durch diese Zahlen nicht erklärt. Es ist auch nicht zweifelsfrei reell.

Sonst aber dürfte die Kurvenstruktur in diesem Gebiet vollständig durch Interferenzen bedingt sein. In der zweiten Tabelle ist noch ein Interferenzminimum für Platte IV angegeben, dem wahrscheinlich das beobachtete Minimum bei 14μ entspricht.

Die für die verschiedenen Platten benutzten Brechungsindizes stimmen befriedigend miteinander überein, wie die Abb. 8 und 9 zeigen. Ebenso spricht die Lückenlosigkeit der Ordnungen für die Deutung. Ferner wird im nächsten Abschnitt über die optischen Konstanten gezeigt, daß die zur Interferenzdeutung benutzten Brechungsindizes sich mit den Reflexionsmessungen in hinreichender Übereinstimmung befinden.

Ob die Durchlässigkeitskurven für den ordentlichen Strahl im Maximum bei 11μ durch Interferenzerscheinungen abgeändert werden, ließ sich nicht eindeutig entscheiden. Möglicherweise handelt es sich

um ein reelles Doppelmaximum wie beim außerordentlichen Strahl, das sich dort sicher nicht durch Interferenzen erklären läßt. Dann wäre der unterschiedliche Verlauf für Platte IV und V auf Meßfehler oder Spaltwirkung zurückzuführen.

Schlüsse auf die optischen Konstanten. Bei der Wellenlänge λ in Luft sind die Durchlässigkeit D und das Reflexionsvermögen R absorbierender planparalleler Platten der Dicke d mit dem Brechungsindex n und dem Absorptionskoeffizienten k durch folgende Gleichungen verknüpft (15):

$$(a) \quad \begin{cases} D = e^{-\frac{4\pi k d}{\lambda}} \frac{(1-R)^2 + 4R \sin^2 \psi}{\left(1 - R e^{-\frac{4\pi k d}{\lambda}}\right)^2 + 4R e^{-\frac{4\pi k d}{\lambda}} \sin^2(\alpha + \psi)}, \\ R = \frac{(n-1)^2 + k^2}{(n+1)^2 + k^2}, \quad \alpha = \frac{2\pi n d}{\lambda}, \quad \operatorname{tg} \psi = \frac{2k}{n^2 + k^2 - 1}, \end{cases}$$

— k bedeutet den imaginären Teil des komplexen „Brechungsindex“ $N = n - ik$. Für $k = 0$ erhält man die bekannte Formel für Interferenzen an planparallelen durchsichtigen Platten senkrecht zum Strahlengang. Für sehr kleines k ($\psi \approx 0$) und so benachbarten Interferenzen ($\frac{\lambda}{nd} \approx 0$), daß $\sin^2 \alpha$ durch den Mittelwert über den Spalt 0,5 ersetzt werden kann, ergibt sich die einfache Gleichung

$$(b) \quad D = (1-R)^2 \cdot e^{-Kd(\mu)}, \quad K = \frac{4\pi k}{\lambda(\mu)}.$$

K ist nicht wie k dimensionslos, sondern hängt von der Einheit für Plattendicke und Wellenlänge ab (hier = 1μ , wodurch K dieselbe Größenordnung wie k erhält).

Ist Gl. (b) gültig, so läßt sich K graphisch einfach bestimmen, indem man $\ln D$ (bzw. $\log D$) gegen d (bzw. 0,4343 d) aufträgt. Nach der Gleichung

$$\ln D = -Kd + 2 \cdot \ln(1-R)$$

müssen die Punkte dann auf einer Geraden liegen, deren Neigung $-K$ beträgt. Extrapoliert man auf $d = 0$, so erhält man mittelbar das Reflexionsvermögen. Umgekehrt kann man also bei bekanntem R einen weiteren Punkt bei $d = 0$ zur Festlegung der Geraden einzeichnen.

Für die Berechnung des Brechungsindex gilt die 2wertige Formel

$$(c) \quad n = \frac{1+R}{1-R} \pm \sqrt{\frac{4R}{(1-R)^2} - k^2},$$

n läßt sich also aus Reflexionsmessungen allein nur bestimmen, wenn $k^2 \ll \frac{4R}{(1-R)^2}$ ist. Das war im Gebiet um 16μ der Fall [wie

Ordentlicher Strahl

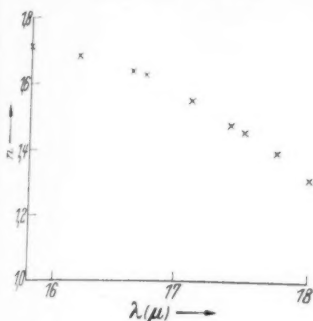


Abb. 8

Außerordentlicher Strahl

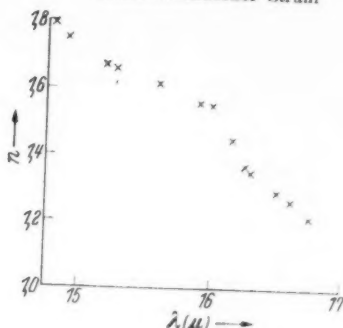


Abb. 9

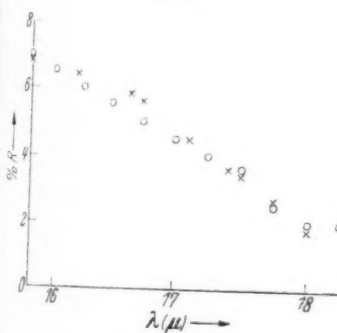


Abb. 10

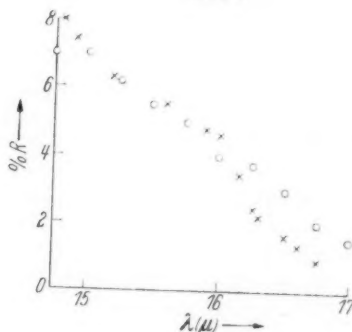


Abb. 11

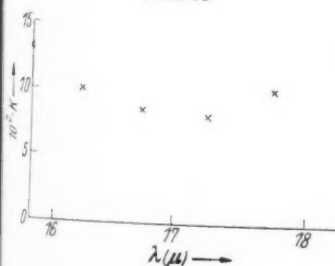


Abb. 12

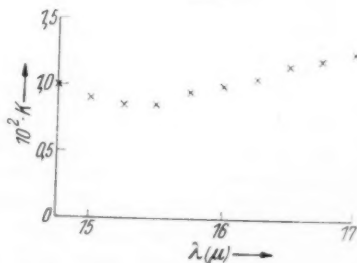


Abb. 13

Abb. 8 u. 9. Brechungsindizes aus der Interferenzanalyse

Abb. 10 u. 11. Daraus berechnete Reflexionswerte (x) im Vergleich zu den gemessenen (o)

Abb. 12 u. 13. Absorptionskoeffizienten $K \cdot 10^2 = k \frac{4\pi}{\lambda(\mu)} \cdot 10^2$ aus der Interferenzanalyse

Näherungsbestimmungen mit (b) ergaben], wo n aus den Interferenzen berechnet wurde. Deshalb konnten diese Werte mit den aus dem Reflexionsvermögen berechneten verglichen werden. Die befriedigende Übereinstimmung zeigen Abb. 8—11. Abb. 8 und 9 enthalten für den ordentlichen bzw. außerordentlichen Strahl die in den Tabellen des vorigen Abschnitts stehenden n -Werte. Die Abb. 10 und 11 zeigen entsprechend die daraus berechneten Reflexionswerte im Vergleich zu den gemessenen. Auf die starke Dispersion an dieser Stelle wurde schon von Rubens und Liebisch (2) hingewiesen. Ihre Reflexionskurven geben das Absinken des Reflexionsvermögens gegen Null, jedenfalls für den außerordentlichen Strahl, noch besser wieder. Die Messungen von Korth (9) zeigen diese Tatsache für beide Polarisationsrichtungen. Aus der Interferenzanalyse ergab sich also bei diesen Wellenlängen für Formel (c) das positive Vorzeichen.

Da n und damit $\sin^2 \alpha$ durch die Interferenzuntersuchungen genau genug bekannt war, ließ sich nach Formel (a) k berechnen. ψ konnte dabei vernachlässigt werden. Mit den in Abb. 12 und 13 dargestellten Werten für $K = \frac{4\pi k}{\lambda(\mu)}$ ergab sich die beste Annäherung an die gemessenen Werte. Da die endliche Spaltbreite bei den Platten III—V nicht berücksichtigt wurde, traten die Interferenzen bei den berechneten Durchlässigkeiten stärker hervor. Bei den Platten I und II wurde der Spalteinfluß durch Verwendung der Formel (b) in Rechnung gesetzt. Bei den Platten III und IV stimmen die berechneten Durchlässigkeiten besser mit den Messungen bei halber Spaltbreite überein. Sie sind um etwa um 0,05 gegenüber den mit breiterem Spalt aufgenommenen erhöht (vgl. Abb. 7). Der Fehler der so ermittelten Absorptionskoeffizienten überschreitet mit hoher Wahrscheinlichkeit nicht 10% ihres Wertes.

Da im übrigen Meßbereich keine deutlichen Interferenzen erkennbar waren, wurde wenigstens eine näherungsweise Berechnung von K mit Formel (b) für möglich gehalten. An der Stelle der Absorptionsmaxima konnte es sich nur um die Ermittlung einer unteren Schranke für K handeln, da dort die prozentualen Fehler der Messungen sehr groß sind. In der graphischen Darstellung sind diese Werte durch einen nach oben weisenden Pfeil gekennzeichnet und gestrichelt verbunden.

Bei der graphischen Berechnung von K mit Formel (b) machte sich besonders in der Nähe der Absorptionsmaxima der Spalteinfluß wertverfälschend geltend. Das wurde an der mangelhaften Übereinstimmung der aus den Durchlässigkeitsmessungen extrapolierten Reflexionswerten mit den gemessenen erkannt. Eine nähere Unter-

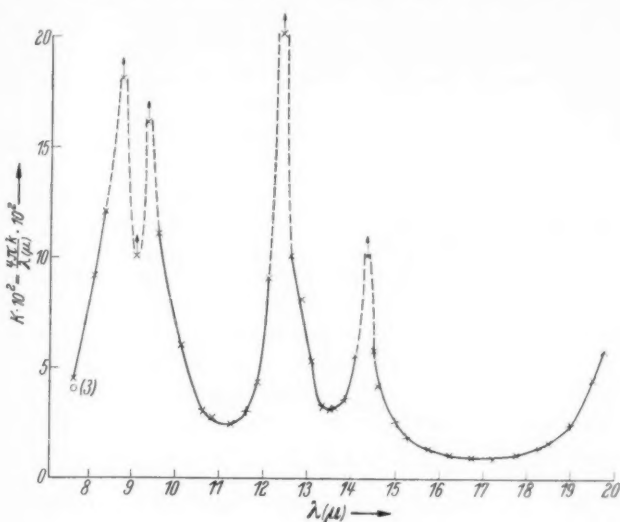


Abb. 14. Absorptionskoeffizient $K \cdot 10^2 = \frac{4\pi}{\lambda(\mu)} k \cdot 10^2$

für den ordentlichen Strahl.

-- ^ -- Abschätzung nach unten

○ Messung von Drummond (3)

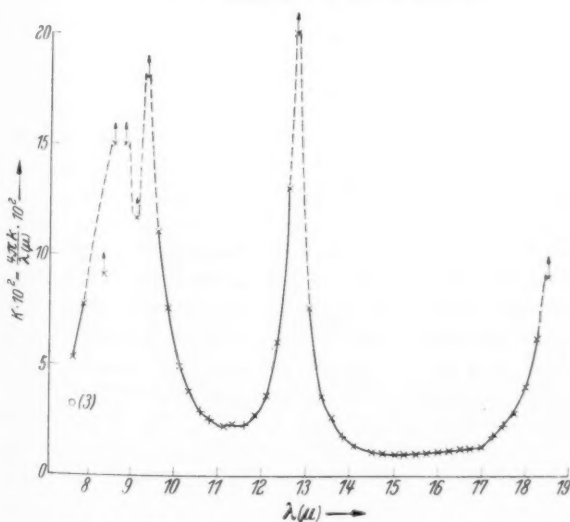


Abb. 15. Wie Abb. 14 für den außerordentlichen Strahl

suchung führte zu einem qualitativen Verständnis der Erscheinung. Durch Berücksichtigung des gemessenen Reflexionsvermögens bei der Berechnung von K wurde der Fehler etwas korrigiert, jedoch zeigen diese Unstimmigkeiten, daß die in Abb. 14 und 15 dargestellten K -Werte nur den größenordnungsmäßigen Verlauf wiedergeben können. In der Umgebung relativer Minima von K sind die Werte

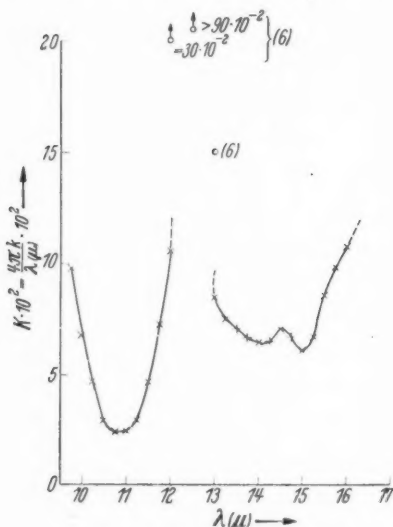


Abb. 16. Absorptionskoeffizient

$$K \cdot 10^2 = \frac{4\pi}{\lambda(\mu)} k \cdot 10^2$$

für amphen Quarz.

○ bzw. ⚗ nach Messungen von Parlin (6). Die Zahlen bei ⚗ gelten für K , nicht $K \cdot 10^2$

mung der Geradenneigung aus nur zwei Punkten ist wegen ihres Fehlerintervalls nicht sehr sicher. Der Fehler aus möglichen Wellenlängendifferenzen zwischen den beiden unabhängigen Messungen kann nur gering sein. Der Anstieg von K ist sicher durch die Spaltbreite verflacht. Bei 12μ ergibt sich aus den Messungen von Parlin (6) ($d = 3 \mu$, $D = 35\%$) K zu $30 \cdot 10^{-2}$. Für die Absorptionsstelle bei $12,5 \mu$, die Parlin als Doppelbande auflöste, errechnet sich K zu mindestens $90 \cdot 10^{-2}$. Bei 13μ folgt aus Parlins Messungen für K $15 \cdot 10^{-2}$. Diese Werte sind in Abb. 16 eingezeichnet. Dagegen stimmen Parlins Ergebnisse bei $\lambda = 11,5 \mu$

genauer. Der Fehler liegt dort innerhalb 10% des Wertes. Die Variation der Abschätzung bei 9μ , wie sie durch die gestrichelte Linie wiedergegeben wird, ist durch das dort stark ansteigende Reflexionsvermögen bedingt und braucht keine reelle Bedeutung zu haben. Für eine erste Orientierung sind die Kurven sicher brauchbar. Bei $7,6 \mu$ sind die von Drummond (3) berechneten Werte eingetragen.

Abb. 16 gibt den ungefähren Verlauf des Absorptionskoeffizienten K für amphen Quarz wieder. Er wurde nach Formel (b) graphisch bestimmt aus der Durchlässigkeit für $48,7 \mu$ dickes Quarzglas (Abb. 6) und aus den von Matossi und Bluschke (7) gemessenen Reflexionswerten. Die Bestim-

mit den hier wiedergegebenen K -Werten gut überein. Aus Rein-
kobers Messungen (1) erhält man bei $11\ \mu$ eine geringere Absorption.
Danach ist K höchstens $2,1 \cdot 10^{-2}$ und damit kleiner als für kri-
stallinen Quarz. Das ist nicht sehr wahrscheinlich.

Diskussion der Ergebnisse

Die Tatsache, daß zwischen den in diesem Gebiet eng liegenden
Eigenschwingungen des Quarzes makroskopische Plattendicken noch
große Durchlässigkeit besitzen, zeigt eine schwache Dämpfung dieser
Schwingungen. Darauf weist auch die starke Dispersion des Brechungs-
index hin (Abb. 8, 9). Daraus aber weitere Schlüsse, etwa auf die
Bindungskräfte oder Struktur des Kristalls zu ziehen, ist nicht möglich,
bis über den Vorgang der Absorption in nichtleitenden Kristallen
genauere Vorstellungen bestehen. Für das einfache Gitter der Alkali-
halogenide haben Born und Blackman (16), (17) eine Theorie ent-
wickelt, welche auf anharmonischer Bindung der Gitterbausteine
beruht und die Dämpfung als dadurch möglichen Übergang der
Energie von einer angeregten Eigenschwingung auf andere erklärt.
Dadurch enthält der Dämpfungsfaktor Dispersion. Bereits bei der
Anwendung der Theorie auf die Alkalihalogenide sind die mathe-
matischen Schwierigkeiten beträchtlich. Bei den bisher durchgeführten
Näherungen kann noch nicht von einer befriedigenden Übereinstimmung
mit dem Experiment gesprochen werden [vgl. dazu die Arbeit von
Czerny und Cartwright (18)].

Die ursprüngliche, mehr praktische Fragestellung dieser Messungen
stellte den Umfang und die Maxima der Durchlässigkeit in den Vorder-
grund. Theoretisch sind die Absorptionsmaxima, wegen ihrer Be-
ziehungen zu den Eigenschwingungen von größerem Interesse, wenn man
von der eben erwähnten Dämpfungstheorie absieht. Die Messungen
zeigen, daß abgesehen von Feinstrukturen die aus dem Reflexions-
verlauf bekannten Eigenschwingungen des kristallinen Quarzes auch
in der Absorption auftreten. Ein deutlicher quantitativer Unterschied
besteht aber bei der starken Absorptionsbande für den ordentlichen
Strahl bei $14,35\ \mu$. Im Reflexionsspektrum erscheint an dieser Stelle
nur eine geringe Erhöhung der Reflexion (Abb. 4), die auch bei
Reinkober (1) trotz stärkerer Dispersion nicht ausgeprägter ist. Im
Ramanspektrum wurde diese Linie ebenfalls beobachtet. Prings-
heim und Rosen (19) beobachteten eine $14,16\ \mu$ entsprechende
Frequenzdifferenz, Langenberg eine $14,4\ \mu$ entsprechende (20). Bei
der Einordnung des ultraroten Quarzspektrums in ein Schema von
Kombinationsfrequenzen, wie es Weiler (21) und Schaefer, Matossi

und Wirtz (22) aufgestellt haben, ist diese Schwingung nicht berücksichtigt. Diese Autoren benutzen nur Grundfrequenzen, die sich den Eigenschwingungen des freien SiO_4 -Tetraeders zuordnen lassen. Es ist anzunehmen, daß für die Bande bei $14,35 \mu$ eine solche Zuordnung nicht möglich ist, sondern daß sie auf der spezifischen Verknüpfung der Tetraeder im Quarzkristall beruht. Außer Gründen, die sich aus den Arbeiten (21) und (22) ergeben, spricht dafür auch, daß diese Schwingung nur für den ordentlichen Strahl beobachtet wurde und gerade das Gitter als ganzes starke Strukturunterschiede in verschiedenen Richtungen besitzt. Solche Anisotropie zeigt auch die Piezoelektrizität des Quarzes. Da sie beim Übergang von trigonalem α -Quarz in den höhersymmetrischen hexagonalen β -Quarz bei 575°C verschwindet, wäre es interessant auch die Ultrarotbanden beim β -Quarz zu untersuchen. Wäre die mit der Wellenlänge $14,35 \mu$ dort nicht zu beobachten, so dürfte es sich kaum um eine dem SiO_4 -Tetraeder zuordenbare Schwingung handeln. Der umgekehrte Schluß gilt natürlich nicht.

Während die Reflexionsspektren beim kristallinen und amorphen Quarz sehr ähnlich sind, tritt im Absorptionsspektrum eine bemerkenswerte Abweichung auf. Die beim kristallinen Quarz beobachtete starke Durchlässigkeitsstelle bei $16,5 \mu$ fehlt bei der untersuchten Quarzglasplatte völlig, obwohl die Dicken vergleichbar sind, und auch das Reflexionsvermögen des Quarzglases dort bis auf 5% absinkt. Amorpher Quarz ist also unter Umständen als Filter vorzuziehen, wenn dieser Wellenlängenbereich ferngehalten werden soll.

Das Ergebnis ist um so überraschender, als sonst amorpher Quarz sich dem kristallinen im Ultraroten sehr ähnlich verhält. Das gilt, wie schon erwähnt, vom Reflexionsspektrum (7), aber auch die in Abb. 14–16 wiedergegebenen K -Werte zeigen, daß noch bei 11μ gute Übereinstimmung besteht. Noch bei $14,5 \mu$ läßt sich das K für amorphen Quarz als Mittelwert aus den K -Werten für den kristallinen auffassen. Matossi und Bluschke (7) haben aus ihren Reflexionsmessungen an Gläsern den Schluß gezogen, daß auch im Quarzglas kleine kristalline Bezirke vorhanden sind, die diese Ähnlichkeit verstehen lassen. Besonders das Auftreten der Bande bei $12,5 \mu$ wird als solcher Hinweis gewertet, weil die Aktivierung dieser ursprünglich inaktiven Tetraederschwingung nur durch den Einbau in den Kristall geschieht, und zwar speziell, wie es scheint, wenn sich die Tetraeder ringförmig zusammenschließen, wie es beim Quarz der Fall ist (22). Solche Verknüpfungen scheinen also auch noch beim Quarzglas vorhanden zu sein. Abb. 6 zeigt die $12,5 \mu$ -Bande auch im Absorptionsspektrum.

Einen Hinweis für das trotzdem unterschiedliche Verhalten bei $16,5 \mu$ gibt das Ramanspektrum. Beim amorphen Quarz hat nämlich Langenberg (20) eine $16,5 \mu$ entsprechende Ramanlinie beobachtet. Nimmt man an, daß diese Schwingung ultrarotaktiv ist, so wäre der Verlauf des Absorptionskoeffizienten verständlich. Weiler hat beobachtet (21), daß eine Eigenschwingung des SiO_4 -Tetraeders stark von der Länge der Kette abhängt, die er mit anderen bildet. Ihre Wellenlänge verschiebt sich mit ansteigendem Polymerisationsgrad von $15,5$ — 20μ . Vielleicht sind also Tetraederverknüpfungen geringer Kettenlänge für die Absorption verantwortlich.

Daß die Reflexion des amorphen Quarzes in der Arbeit (7) kein Maximum bei $16,5 \mu$ zeigt, braucht den Schluß auf eine ultrarotaktive Schwingung an dieser Stelle nicht zu stören, da das Reflexionsvermögen für den Nachweis von Banden weniger empfindlich ist. Es ist auch möglich, daß bei stärkerer Dispersion ein Reflexionsmaximum nachzuweisen wäre. Solche Messungen wären zur Klärung dieser Frage nützlich.

Zusammenfassung

Es wurde über Durchlässigkeitsmessungen am kristallinen und amorphen Quarz berichtet, die durch Reflexionsmessungen am kristallinen Quarz ergänzt wurden.

Die Hauptbestandteile der Apparatur waren: Polarisationspiegel aus Selen zur Untersuchung des Dichroismus, Prismenspektrometer und Mikroradiometer.

Die verwandten kristallinen Quarzplatten waren $12,8$, $20,7$, $36,2$, $83,0$ und $157,8 \mu$ dick; die Quarzglasplatte $48,7 \mu$.

Die Eichung des KCl- und KBr-Prismas (Prismenwechsel bei $14,5 \mu$) mit den Brechungsindexwerten aus der Literatur wurde durch Ausmessung bekannter Banden bis auf einen Fehler $\pm 0,1 \mu$ korrigiert.

Die Durchlässigkeit des kristallinen Quarzes zeigte starken Dichroismus und eine besonders bei $16,5 \mu$ unerwartet starke Durchlässigkeit. Es ergab sich eine enge Analogie zum Reflexionsspektrum, bis auf die starke Absorptionsstelle des ordentlichen Strahls bei $14,35 \mu$. Beim Quarzglas fehlte auffallenderweise die Durchlässigkeitsstelle bei $16,5 \mu$.

Die Struktur der Durchlässigkeitskurven bei $16,5 \mu$ ließ sich auf Interferenzen an den Quarzplatten zurückführen. Dabei ergaben sich die Brechungsindizes für die Umgebung dieser Wellenlänge.

Der Absorptionskoeffizient für kristallinen und amorphen Quarz wurde berechnet.

Herrn Prof. Dr. Czerny möchte ich auch hier für die stete Förderung dieser von ihm angeregten Arbeit herzlich danken.

Literatur

- 1) O. Reinkober, Ann. d. Phys. **34**. S. 343. 1911.
- 2) Th. Liebisch u. H. Rubens, Berl. Ber. S. 199. 1919.
- 3) D. G. Drummond, Proc. Roy. Soc. **153**. S. 318. 1936.
- 4) R. B. Barnes, Phys. Rev. **39**. S. 562. 1932.
- 5) H. Rosenthal, Wied. Ann. **68**. S. 783. 1899.
- 6) W. A. Parlin, Phys. Rev. **34**. S. 81. 1929.
- 7) F. Matossi u. H. Bluschke, Ztschr. f. Phys. **108**. S. 295. 1938.
- 8) F. Paschen, Ann. d. Phys. **26**. S. 135. 1908.
- 9) K. Korth, Ztschr. f. Phys. **84**. S. 677. 1933.
- 10) E. Liebreich, Verh. d. D. Phys. Ges. **13**. S. 1 u. 700. 1911.
- 11) Z. Gyulai, Ztschr. f. Phys. **46**. S. 80. 1928.
- 12) P. E. Shearin u. E. K. Plyler, J. opt. Soc. Amer. **28**. S. 61. 1938.
- 13) P. E. Martin u. E. Barker, Phys. Rev. **41**. S. 291. 1932.
- 14) F. Paschen, Wied. Ann. **60**. S. 712. 1897.
- 15) M. Czerny, Ztschr. f. Phys. **65**. S. 610. 1930; L. Kellner, Ztschr. f. Phys. **56**. S. 215. 1929.
- 16) M. Born u. M. Blackman, Ztschr. f. Phys. **82**. S. 551. 1933.
- 17) M. Blackman, Ztschr. f. Phys. **86**. S. 421. 1933; M. Blackman, Phil. Trans. Roy. Soc. London. (A) **236**. S. 103. 1936.
- 18) M. Czerny u. C. H. Cartwright, Ztschr. f. Phys. **85**. S. 269. 1933.
- 19) P. Pringsheim u. B. Rosen, Ztschr. f. Phys. **50**. S. 741. 1928.
- 20) R. Langenberg, Ann. d. Phys. [5] **28**. S. 104. 1937.
- 21) J. Weiler, Ztschr. f. Phys. **80**. S. 617. 1933.
- 22) Cl. Schaefer, F. Matossi u. K. Wirtz, Ztschr. f. Phys. **89**. S. 210. 1934.

Frankfurt a. M., Physikalisches Institut der Universität, den 25. Juli 1939.

(Eingegangen 13. August 1939)

en Quarz

die stete
ken.

1938.

1. 1938.

r, Ztschr. f

33.

man, Phil

269. 1933.

1928.

S. 210. 1934.

sität, den

für Anzeigen
Tel. 70641 -
Mit Preisliste f.